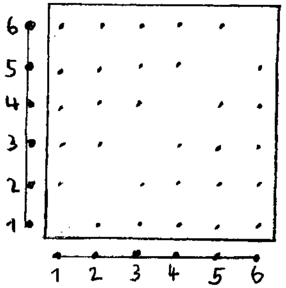
# LÖSUNGEN AUFGABENBLATT NR. 12, Mathematik für „Joint Bachelor"

133. Ereignisraum: $S = \{WWW, WWZ, WZW, ZWW, WZZ, ZWZ, ZZW, ZZZ\}$.

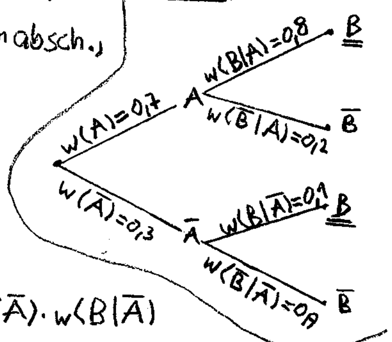
134. z.B.:




Beispielsweise Birnen 1–4 intakt, Birnen 5,6 defekt. In diesem Ereignisraum kommen gleiche Birnen, z.B. 11, nicht vor!

135. Ereignisse. A: erfolgreicher Studienabschluß, $\overline{A}$: kein erfolgreicher Studienabsch., B: erhält die Position, $\overline{B}$: erhält die Position nicht.

Wahrscheinlichkeitsbaum:




Unter den gegebenen Voraussetzungen erhält der Student die Position mit Wahrscheinlichkeit $w(B) = w(A)\cdot w(B|A) + w(\overline{A})\cdot w(B|\overline{A})$
$= 0{,}7 \cdot 0{,}8 + 0{,}3 \cdot 0{,}1 = \underline{\underline{0{,}59}}$ ($\triangleq$ 59%).

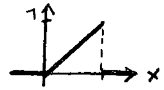
136. Ereignisse. B1: Röhre auf Band 1 gefertigt, B2: Röhre auf Band 2 gefertigt, D: Röhre defekt. Wahrscheinlichkeit, daß Röhre defekt:
$w(D) = w(B1)\cdot w(D|B1) + w(B2)\cdot w(D|B2) = 0{,}2\cdot 0{,}1 + 0{,}8\cdot 0{,}05 = \underline{\underline{0{,}06}}$ ($\triangleq$ 6%).
Also sind 6% der produzierten Röhren defekt.

137. Erwartungswert von X: $E(X) = 0{,}5\cdot 0 + 0{,}3\cdot 1 + 0{,}2\cdot 2 = \underline{\underline{0{,}7}}$ (d.h. durchschnittlich 0,7 abgefertigte PKWs pro Stunde). Varianz von X: $Var(X) = (0-0{,}7)^2\cdot 0{,}5 + (1-0{,}7)^2\cdot 0{,}3 + (2-0{,}7)^2\cdot 0{,}2 = \underline{\underline{0{,}61}}$ (durchschnittliche quadratische Abweichung vom Erwartungswert).

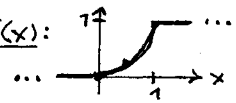
138. a) Nötig für eine Wahrscheinlichkeitsfunktion: 1) immer $f(x) \geq 0$ (ist hier klar), 2) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$ (hier: $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = \int_0^1 2x\,dx = [x^2]_0^1 = 1^2 - 0^2 = \underline{\underline{1}}$).

b) Zugehörige Verteilungsfunktion: $F(x) = \int_0^x f(z)\,dz = \int_0^x 2z\,dz = [z^2]_0^x = \underline{\underline{x^2}}$ für $0 \leq x \leq 1$. Außerdem $F(x) = 0$ für $x < 0$, $F(x) = 1$ für $x > 1$.

c) $f(x)$:




, $F(x)$:




139. a) $w(0{,}2 \leq X \leq 0{,}6) = \int_{0{,}2}^{0{,}6} 2x\,dx = [x^2]_{0{,}2}^{0{,}6} = 0{,}6^2 - 0{,}2^2 = \underline{\underline{0{,}32}}$,

b) $w(X > 0{,}7) = \int_{0{,}7}^{\infty} f(x)\,dx = \int_{0{,}7}^{1} 2x\,dx = [x^2]_{0{,}7}^{1} = 1^2 - 0{,}7^2 = \underline{\underline{0{,}51}}$.

140. $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\,dx = \int_0^1 x\cdot 2x\,dx = [\frac{2}{3}x^3]_0^1 = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$. $Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\,dx - E(X)^2 = \int_0^1 x^2\cdot 2x\,dx - E(X)^2 = [\frac{1}{2}x^4]_0^1 - E(X)^2 = \frac{1}{2} - (\frac{2}{3})^2 = \underline{\underline{\frac{1}{18}}}$.

141. a) A: Wurf mit Augensumme 7: $w(A) = \frac{\text{Anz. günstiger Fälle}}{\text{Anz. aller Fälle}} = \frac{|\{(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1)\}|}{|\{(1,1),\ldots,(6,6)\}|} = \frac{6}{36} = \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$.

b) B: Wurf mit Augensumme mindestens 11: $w(B) = \frac{|\{(5,6),(6,5),(6,6)\}|}{36} = \frac{3}{36} = \underline{\underline{\frac{1}{12}}}$.

142. Erwartungswert: $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\,dx = \int_0^{10} x(-0{,}006x^2 + 0{,}06x)\,dx = \int_0^{10} (-0{,}006x^3 + 0{,}06x^2)\,dx = [-0{,}0015x^4 + 0{,}02x^3]_0^{10} = (-0{,}0015\cdot 10^4 + 0{,}02\cdot 10^3) - 0 = -15 + 20 = \underline{\underline{5}}$.

143. Varianz: $Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\,dx - E(X)^2 = \int_0^{10} x^2(-0{,}006x^2 + 0{,}06x)\,dx - E(X)^2 = [-0{,}0012x^5 + 0{,}015x^4]_0^{10} - E(X)^2 = 30 - 5^2 = \underline{\underline{5}}$.

144. Bezeichnungen wie zu Aufgabe 136. Mit dem Satz von Bayes: a) $w(B1|\overline{D}) = \frac{w(B1)\cdot w(\overline{D}|B1)}{w(B1)\cdot w(\overline{D}|B1) + w(B2)\cdot w(\overline{D}|B2)} = \frac{0{,}2\cdot 0{,}9}{0{,}2\cdot 0{,}9 + 0{,}8\cdot 0{,}95} \approx \underline{\underline{0{,}19}}$. Also $w(B2|\overline{D}) \approx 1 - 0{,}19 = \underline{\underline{0{,}81}}$. b) entsprechend: $w(B1|D) = \frac{0{,}2\cdot 0{,}1}{0{,}2\cdot 0{,}1 + 0{,}8\cdot 0{,}05} \approx \underline{\underline{0{,}33}}$, also $w(B2|D) \approx \underline{\underline{0{,}67}}$.