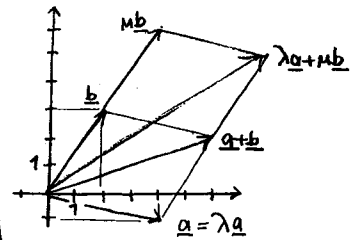


LÖSUNGEN AUFGABENBLATT NR. 9, Mathematik für „Joint Bachelor“

97. a) $a+b = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\lambda a = 1 \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$,
 $\mu b = 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$, $\lambda a + \mu b = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \end{pmatrix}$



98. Preisvektor: $p = \begin{pmatrix} 150 \\ 390 \\ 580 \end{pmatrix}$, Mengenvektor: $m = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}$

Erlös: $m \cdot p = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 150 \\ 390 \\ 580 \end{pmatrix} = 3 \cdot 150 + 4 \cdot 390 + 7 \cdot 580 = 2980$

99. $A \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 6 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 14 \\ 7 & 26 \end{pmatrix}$

100. $A \cdot B$ ist dann die Rohstoff-Endprodukt-Matrix bzw. -Tabelle.

101. $Ax = b$ mit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $x = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix}$.

102. Gauß-Algorithmus: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & | & 9 \\ 1 & 2 & 1 & | & 8 \\ 3 & 1 & 1 & | & 8 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & | & 9 \\ 0 & 1 & -1 & | & -1 \\ 0 & -2 & -5 & | & -19 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x & y & z \\ 1 & 1 & 2 & | & 9 \\ 0 & 1 & -1 & | & -1 \\ 0 & 0 & -7 & | & -21 \end{pmatrix}$

Stufenform erreicht! Auswertung von unten nach oben:

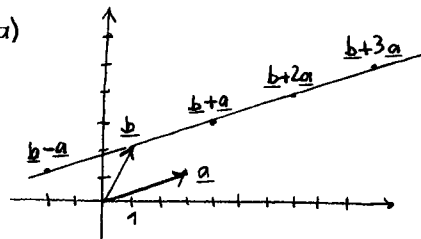
$-7z = -21 \rightarrow z = 3$, $y - z = -1 \rightarrow y = -1 + z = -1 + 3 = 2$, $x + y + 2z = 9 \rightarrow x = 9 - y - 2z = 9 - 2 - 2 \cdot 3 = 1$. Also Lösung $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

103. $aA = (1 \ 1 \ 1) \cdot \begin{pmatrix} 34 & 38 \\ 13 & 24 \\ 29 & 35 \end{pmatrix} = (76 \ 97)$, $Ab = \begin{pmatrix} 644 \\ 322 \\ 570 \end{pmatrix}$, $aAb = (aA)b = 1536$.

104. Naheliegend (z.B.): a Rohstoff-Preis-Vektor, b Mengenvektor, aA Rohstoff-Preis-Vektor (produktweise), Ab Rohstoff-Vektor (bei Produktionsmenge b), aAb Rohstoff-Gesamtpreis (bei Produktionsmenge b). Stimmt alles, falls A zugehörige Rohstoff-Endprodukt-Matrix!

105. Einstandspreis-Vektor: $q = \begin{pmatrix} 150 \\ 220 \\ 330 \end{pmatrix}$. $m(p - q) = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{pmatrix} 280 \\ 390 \\ 580 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 150 \\ 220 \\ 330 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 130 \\ 170 \\ 250 \end{pmatrix} = 1320$ (Nettoerlös).

106. a)



b) Die Menge $G = \{b + \lambda a \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$ stellt eine Gerade dar (im \mathbb{R}^2 , in Punkt-Richtungs-Form: durch Punkt b und in Richtung a).

107. Wie 102, aber mit neuer rechter Seite $b = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & | & 4 \\ 1 & 2 & 1 & | & 4 \\ 3 & 1 & 1 & | & 5 \end{pmatrix} \rightarrow \dots$
 $\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & | & 4 \\ 0 & 1 & -1 & | & 0 \\ 0 & 0 & -7 & | & -7 \end{pmatrix}$. Von unten nach oben:
 $z = y = x = 1$, also Lösung $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

108. Gesucht: Produktvektor $p = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ mit $Cp = r$, d.h. $\begin{pmatrix} 2 & 14 \\ 7 & 26 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 33 \end{pmatrix}$.
 Lösung: $\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, denn $\begin{pmatrix} 16 \\ 33 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 14 \\ 26 \end{pmatrix}$ (einmal erste Spalte von C plus einmal zweite Spalte von C).