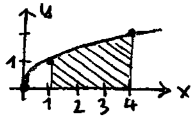
LÖSUNGEN AUFGABENBLATT NR. 8, Mathematik für „Joint Bachelor"

85. $\int x\,dx = \frac{x^2}{2} + C$, $\int x^3\,dx = \frac{x^4}{4} + C$, $\int (x + \frac{1}{2}x^3)\,dx = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{8} + C$.

86. a), b)



Flächeninhalt offenbar etwas mehr als $\frac{9}{2}$!

c) $f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$, also Stammfunktion $F(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$. Also $\int_1^4 \sqrt{x}\,dx = \left[\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\right]_1^4$
$= \frac{2}{3}\cdot 4^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3}\cdot 1^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}\cdot 8 - \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$.

87. a) $K(x) = \int_0^x (3q^2 - 24q + 60)\,dq + K(0) = \left[q^3 - 12q^2 + 60q\right]_0^x + K(0) = x^3 - 12x^2 + 60x + 98$,
$E(x) = \int_0^x (-18q + 132)\,dq = \left[-9q^2 + 132q\right]_0^x = -9x^2 + 132x$.

b) $G(x) = E(x) - K(x) = (-9x^2 + 132x) - (x^3 - 12x^2 + 60x + 98) = -x^3 + 3x^2 + 72x - 98$.

88. $E(x) = x \cdot p(x) \rightarrow p(x) = \frac{E(x)}{x} = -9x + 132$.

89. $f_x = 2x$, $f_y = 2y$, $f_{xx} = 2$, $f_{xy} = f_{yx} = 0$, $f_{yy} = 2$.

90. Steigung im Punkt (1,−2) in x-Richtung: $f_x(1,-2) = 2\cdot 1 = 2$,
" " " " " y-Richtung: $f_y(1,-2) = 2\cdot(-2) = -4$.

91. $f_x = 2x = 0$, $f_y = 2y = 0 \rightarrow$ einzige stationäre Stelle: $(x_0, y_0) = (0,0)$.

92. Zu vergleichen: $f_{xx}(x_0,y_0)\cdot f_{yy}(x_0,y_0) \;?\; (f_{xy}(x_0,y_0))^2$.
Hier: $2 \cdot 2 > 0^2$,
wegen $f_{xx} > 0$ also relatives (sogar absolutes) Minimum.

93. $G'(x) = -3x^2 + 6x + 72 = 0 \rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \rightarrow x = 1 \pm 5 \rightarrow x_{max} = 6$.

94. Maximalgewinn: $G(x_{max}) = G(6) = 226$.

95. $f_x = 9x^2 - 36$, $f_y = 3y^2 - 6y = 0 \rightarrow$ stationäre Stellen (2,0) ①, (2,2) ②, (−2,0) ③, (−2,2) ④ s.u.!

96. Vergleich von $f_{xx}\cdot f_{yy}$ und $(f_{xy})^2$, und Berücksichtigung von $f_{xx} \gtrless 0$:
① Sattelpunkt, ② relatives Minimum, ③ relatives Maximum, ④ Sattelpunkt.