

LÖSUNGEN AUFGABENBLATT NR. 6, Mathematik für „Joint Bachelor“

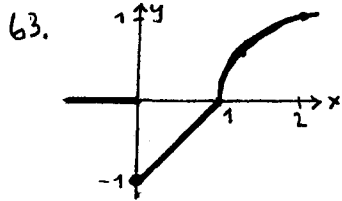
61. a) $f'(x) = (x+1)'(x-1) + (x+1)(x-1)' = 1 \cdot (x-1) + (x+1) \cdot 1 = \underline{2x}$.

b) $f(x) = (x+1)(x-1) = x^2 - 1$, also $f'(x) = (x^2 - 1)' = \underline{2x}$.

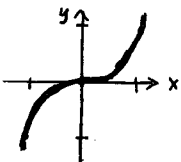
62. $(x^3 + x^2 + x + 1)' = \underline{3x^2 + 2x + 1}$, $((x^2 + 1)(x^2 - 1))' = (x^4 - 1)' = \underline{4x^3}$,

$$\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = \frac{2x(x^2 - 1) - (x^2 + 1)2x}{(x^2 - 1)^2} = -\frac{4x}{(x^2 - 1)^2}$$

$$\left(\underbrace{(x+1)}_{u(x)} \sqrt{x+1} \right)' = (u \cdot \sqrt{u})' \cdot (x+1)' = \left(\sqrt{u} + \frac{u}{2\sqrt{u}} \right) \cdot 1 = \frac{3}{2} \sqrt{u} = \underline{\frac{3}{2} \sqrt{x+1}}$$



64. Überall stetig außer in $x_0 = 0$ (dort nur rechtsseitig stetig). In $x_0 = 0$ rechtsseitig differenzierbar, in $x_0 = 1$ nur linksseitig differenzierbar (rechtsseitig „Steigung“ $+\infty$), sonst überall differenzierbar.



65.

x	-1	-1/2	0	1/2	1	2
x ³	-1	-1/8	0	1/8	1	8

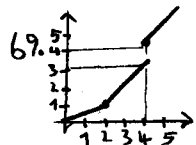
66. $f^{-1}(y) = \sqrt[3]{y}$, also $\frac{df^{-1}(y)}{dy} = \frac{1}{f'(x)} \Big|_{x=f^{-1}(y)} = \frac{1}{3x^2} \Big|_{x=\sqrt[3]{y}} = \underline{\frac{1}{3\sqrt[3]{y^2}}}$.

67. a) $K(x) = 2x$, also $\Delta K(x) \approx 2x \cdot \Delta x = 2 \cdot 100 \cdot 1 = \underline{200}$.

b) $\Delta K(x) = K(x + \Delta x) - K(x) = K(101) - K(100) = (1 + 101^2) - (1 + 100^2) = \underline{201}$.



68. b) $\lim_{x \rightarrow 1-0} \left(\frac{1}{x-1} + 1 \right) = \underline{-\infty}$,
 $\lim_{x \rightarrow 1+0} \left(\frac{1}{x-1} + 1 \right) = \underline{+\infty}$.



70. Kostensprung bei $x=4$. Bei $x=4$ nur rechtsseitig stetig, sonst überall stetig. Bei $x=4$ nur rechtsseitig differenzierbar, bei $x=2$ linksseitig und rechtsseitig, aber nicht beidseitig differenzierbar.

nach zu 70. renzierbar, sonst über- all differenzierbar.

71. a) $\Delta E(x) \approx E'(x) \cdot \Delta x = \frac{2x + 30000}{300000} \cdot \Delta x = \frac{2 \cdot 10000 + 30000}{300000} \cdot 1 = \underline{\frac{1}{6}}$.

b) $\Delta E(x) = E(x + \Delta x) - E(x) = E(10001) - E(1000) = \dots = \underline{\frac{1}{6} + \frac{1}{300000}}$.

72. a) $\frac{E(x)}{x} = \underline{\text{Durchschnittssteuersatz}}$ (bei Einkommen x),

bei $x = 10000$ z.B. $\frac{E(x)}{x} = \frac{2}{15} (\approx 13 \frac{1}{3} \%)$.

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{E(x)}{x} = 0,4$, also 40% Spitzensteuersatz.