

MATHEMATIK für „Joint Bachelor“, Prof. Ihringer, Aufgabenblatt Nr. 7

73. Berechne für die Funktion $f(x) = \frac{x^3}{x-1}$ die erste und die zweite Ableitung.

74. Bestimme die Extremwerte dieser Funktion.

75. Bestimme die Wendepunkt dieser Funktion.

76. Diese Funktion hat einen Pol bei $x=1$: Berechne $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x)$ und $\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$. Vervollende jetzt die Kurvendiskussion dieser Funktion (natürlich mit Skizze).

77. Berechne ohne Taschenrechner: a) $1024^{\frac{1}{10}}$ (Hinweis: $2^{10} = 1024$),
b) $(1024^{\frac{1}{10}})^{14}$, c) $1024^{1.4}$ (Hinweis: b) verwenden), d) $1024^{1.5}$
(Hinweis: wie in c) vorgehen).

78. Gib jetzt eine Schätzung für 1024^{-12} und berechne anschließend den exakten Wert mit dem Taschenrechner.

79. Berechne die Ableitungen $(x^{-\frac{5}{2}})'$, $(\ln x^2)'$, $(xe^x)'$, $(xe^x)''$.

80. a) Ein Würfel von Kantenlänge x hat bekanntlich das Volumen $V(x) = x^3$. Berechne für diese Funktion die Elastizität $\epsilon_V(x)$.

b) Wie steigt prozentual das Volumen $V(x)$ des Würfels, wenn die Kantenlänge von x auf $1,01x$ steigt (plus 1%)? Näherungsweise Lösung mit der Elastizität reicht!

H81. Berechne die erste und die zweite Ableitung der Funktion $f(x) = x^2(x-1)$ und bestimme jetzt Extremwerte und Wendepunkte von $f(x)$.

H82. Vervollende die Kurvendiskussion von $f(x) = x^2(x-1)$ (mit Skizze).

H83. a) Berechne die Elastizität $\epsilon_K(x)$ der Kostenfunktion $K(x) = x+2$.

b) Wie steigen prozentual die Kosten $K(x)$, wenn die produzierte Menge x gegenüber dem Ausgangswert $x=5$ um 1% steigt?

c) Wie groß ist die prozentuale Kostensteigerung (bei wiederum ein-prozentiger Steigerung von x) näherungsweise für sehr große Werte von x ?

*H84. Altes arabisches Märchen: Ein Sultan verspricht einem Besucher sein Reich und seine Tochter, falls dieser ein Schachbrett (mit den üblichen $8 \times 8 = 64$ Feldern) folgendermaßen mit Reiskörnern füllt: 1 Reiskorn aufs erste Feld, 2 Reiskörner aufs zweite Feld, 4 Reiskörner aufs dritte Feld, und immer weiter verdoppelt. Kurz darauf beginnt der Besucher allen Reis aufzukaufen, den er bekommen kann, 100 Karawanen pro Tag, 1000 Kamele pro Karawane, 500 kg Reis pro Kamel (wobei ein Reiskorn ungefähr $\frac{1}{100}$ Gramm wiegt). Wieviele Tage, Monate, Jahre müssen die Reislieferungen andauern, bis die Bedingungen des Sultans erfüllt sind? Überschlagsmäßige Rechnung reicht!