

**Aufgabe 7.** Wie in der Vorlesung wird im Folgenden ein Finanzmarkt im Ein-Perioden-Modell betrachtet, an dem es eine festverzinsliche Anlage und eine Aktie gibt. Die festverzinsliche Anlage wird mit Zinssatz  $\rho > 0$  verzinst. Die Aktie hat zur Zeit  $t = 0$  den Kurs  $A_0 \in \mathbb{R}_+ \setminus \{0\}$  sowie zur Zeit  $t = 1$  den Kurs

$$A_1 = \begin{cases} u \cdot A_0 & \text{mit Wahrscheinlichkeit } p, \\ d \cdot A_0 & \text{mit Wahrscheinlichkeit } 1 - p, \end{cases}$$

wobei  $p \in (0, 1)$  und  $0 < d < u$ . Es gelte

$$d < 1 + \rho < u,$$

so dass der Finanzmarkt nach Vorlesung arbitragefrei und vollständig ist. Sei  $C$  ein beliebiger Claim.

- a) Zeigen Sie: Der faire Preis von  $C$  hängt nicht von  $p$  ab.
- b) Interpretieren Sie ihr Resultat aus a) anschaulich.

**Aufgabe 8.** Betrachten wir wieder den Finanzmarkt aus Aufgabe 7. Sei  $B_1 = 1/(1 + \rho)$  der Diskontierungsfaktor dieses Finanzmarkt.

Zeigen Sie: Der Parameter  $p \in (0, 1)$  kann so gewählt werden, dass der faire Preis eines Claims  $C$  immer gegeben ist durch

$$\mathbf{E} \left( \frac{1}{1 + \rho} \cdot C \right).$$

**Bemerkung:** Das zu diesem Wert von  $p$  gehörende Wahrscheinlichkeitsmaß heißt risikoneutrales Wahrscheinlichkeitsmaß. Bei diesem kann der faire Preis eines Claims durch Mittelung der abdiskontierten Auszahlung des Claims gebildet werden.