Aufgabe 4. Zeigen Sie Satz 5 der Vorlesung:

Sei $C_A(t)$ bzw. $P_A(t)$ der Preis eines amerikanischen Calls bzw. Puts auf Aktie S mit gleichem AÜP $K > 0$, gleicher Zinsrate $r > 0$ und gleichem Verfallszeitpunkt T. Wird auf Aktie keine Dividende gezahlt, dann gilt für $t \in [0, T]$:

$$S_t - K \leq C_A(t) - P_A(t) \leq S_t - Ke^{-r(T-t)} .$$

Hinweis: Betrachten Sie unter anderem die Strategie: Kaufe Call, verkaufe Put, führe Aktienleerverkauf für S_t durch, lege K Geldeinheiten an zum risikolosen Zinssatz r.

Aufgabe 5. Zeigen Sie Lemma 1 der Vorlesung:

Ein Ein-Perioden-Modell ist genau dann arbitragefrei, falls kein Portfolio x existiert mit

$$x^T S_0 \leq 0, \quad x^T S_1 \geq 0 \quad \text{und} \quad \mathbf{P}[x^T S_1 > x^T S_0] > 0.$$

Hinweis: Sei x ein Portfolio mit

$$x^T S_0 < 0, \quad , x^T S_1 \geq 0 \quad \text{und} \quad \mathbf{P}[x^T S_1 > x^T S_0] > 0.$$

Sei y ein als existent vorausgesetztes Portfolio mit $y^T S_0 > 0$ und $y^T S_1 = 1$. Setze

$$z = x + \lambda \cdot y \quad \text{mit} \quad \lambda \in \mathbb{R} \text{ geeignet.}$$

Aufgabe 6. Bestimmen Sie im Beispiel aus der Vorlesung einen Hedge zu einem europäischem Put mit Basispreis $K > 0$ und Verfallstermin $T = 1$, d.h. zu

$$C = (K - A_1)^+,$$

und interpretieren Sie diesen anschaulich.
Welchen Wert erhalten Sie damit für den Preis dieser Put-Option ?