Fachbereich Mathematik
PD Dr. P. Neff

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

WS 2007/2008
6.12.2007

8. Übungsblatt zur „Mathematik I für Chemiker"

Zur Erinnerung, die Formel für die Taylorreihe um die Stelle x_0 lautet

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n.$$

Gruppenübung

Aufgabe G1 ()

Betrachten Sie die Sinusfunktion

$$f(x) = \sin(x).$$

(a) Zeigen Sie durch vollständige Induktion nach n, daß

$$f^{(n)}(x) = \sin(x + n\frac{\pi}{2})$$

gilt.

(b) Zeigen Sie, daß $f^{(2k)}(0) = 0$ und $f^{(2k+1)}(0) = (-1)^k$ für jede natürliche Zahl $k \in \mathbb{N}$ gilt.

(c) Berechnen Sie die Taylorreihe von der Sinusfunktion $f(x) = \sin(x)$ an der Stelle $x_0 = 0$.

Aufgabe G2 ()

Berechnen Sie die Taylorreihe von

$$f(x) = e^{\sin x}$$

um die Stelle $x_0 = 0$ bis zur dritten Ordnung.

Aufgabe G3 ()

Berechnen Sie die Taylorreihe des natürlichen Logarithmus

$$f(x) = \ln(x)$$

um die Stelle $x_0 = 1$ bis zur zweiten Ordnung.

Hausübung

Aufgabe H1 (4P)

Betrachten Sie die Funktion

$$f(x) = -\ln(1-x).$$

(a) Zeigen Sie durch vollständige Induktion, daß

$$\frac{f^{(n)}(x)}{n!} = \frac{1}{n}\frac{1}{(1-x)^n}$$

für alle natürlichen Zahlen $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 1$ gilt.

(b) Wie lautet die Taylorreihe von $f(x) = -\ln(1-x)$ um die Stelle $x_0 = -1$?

(c) Wie lautet die Taylorreihe von $f(x) = -\ln(1-x)$ um die Stelle $x_0 = 0$?

Aufgabe H2 (3P)

Berechnen Sie die Taylorreihe von

$$f(x) = e^{2x} \cos(x)$$

um den Punkt $x_0 = 0$ bis zur vierten Ordnung.

Aufgabe H3 (3)

Berechnen Sie die Taylorreihe des Tangens

$$f(x) = \tan(x)$$

um die Stelle $x_0 = 0$ bis zur zweiten Ordnung.