Fachbereich Mathematik
PD Dr. P. Neff

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

WS 2007/2008
29.11.2006

# 7. Übungsblatt zur „Mathematik I für Chemiker“

## Gruppenübung

**Aufgabe G1** ()

Betrachten Sie die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $D(f) = \mathbb{R}$ und $f(x) = \sin x$. Berechnen Sie die Ableitung von $f$ an der Stelle $x_0 \in \mathbb{R}$, indem Sie den Differenzenquotienten aufstellen und einen Grenzübergang vornehmen.

**Hinweise:**

(a) $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

(b) $-\sin(\alpha) = \sin(-\alpha)$

(c) $\lim_{h\to 0}\frac{\sin(\frac{h}{2})}{\frac{h}{2}} = 1$

**Aufgabe G2** ()

(a) Bestimmen Sie die Ableitung folgender Funktionen mit Hilfe der Ableitungsregeln:

$$
\begin{aligned}
&\text{(i)} && f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \text{ mit } f(x) = \mathrm{e}^{\sin x} \text{ für } x \in D(f) = \mathbb{R}\\
&\text{(ii)} && g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \text{ mit } g(x) = \tfrac{2}{x^3} + \tfrac{4}{x^2} - 3 + 5x \text{ für } x \in D(g) = \mathbb{R} \setminus \{0\}\\
&\text{(iii)} && h : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \text{ mit } h(x) = \sqrt{1+\cos^2(x)} \text{ für } x \in D(h) = \mathbb{R}
\end{aligned}
$$

(b) Berechnen Sie die Ableitung von

$$k : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \text{ mit } k(x) = \frac{1}{x} \text{ für } x \in D(k) := \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

mit Hilfe der Definition von Differenzierbarkeit.

**Aufgabe G3** ()

Betrachten Sie die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $D(f) = \mathbb{R}$ und $f(x) = \sin(2x)$.
Berechnen Sie

(a) $f'(x)$,

(b) $f''(x)$,

(c) $f'''(x)$,

(d) $f^{(4)}(x)$,

(e) $f^{(10)}(x)$.

# Hausübung

**Aufgabe H1** ()

(a) Bestimmen Sie die Ableitung folgender Funktionen mit Hilfe der Ableitungsregeln:

(i) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \frac{x^2-2x+1}{x+2}$ für $x \in D(f) = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

(ii) $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = x^4 \mathrm{e}^x$ für $x \in D(g) = \mathbb{R}$

(iii) $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $h(x) = \sin^2(x^3 + \cos(x^2))$ für $x \in D(h) = \mathbb{R}$

(b) Berechnen Sie die Ableitung von

$$k : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \text{ mit } k(x) = x|x| \text{ für } x \in D(k) := \mathbb{R}$$

mit Hilfe der Definition von Differenzierbarkeit.

**Aufgabe H2** ()

Es sei

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \text{ mit } f(x) = \begin{cases} x^2 \sin(\frac{1}{x}), & x \neq 0 \\ a, & x = 0. \end{cases}$$

für $x \in D(f) := \mathbb{R}$.

(a) Bestimmen Sie $a \in \mathbb{R}$ so, dass $f$ stetig ist.

(b) Untersuchen Sie, ob mit dieser Wahl von $a$ die Funktion $f$ sogar differenzierbar ist und bestimmen Sie gegebenenfalls die Ableitungsfunktion $f'$.

(c) Ist $f'$ stetig auf $\mathbb{R}$?