Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. J.H. Bruinier
Martin Fuchssteiner
Kay Schwieger

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

WS 2007/2008 9.10.2007

Lineare Algebra I

6. Tutorium

(T 1) Matrizen invertieren

Invertieren Sie mit Hilfe des Gauß-Verfahrens die beiden Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 21 & 22 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

(T 2) Darstellungmatrix

Im reellen Vektorraum $\mathbb{R}^2$ betrachten wir die Standardbasis $\mathbb{K}_2$, die Basis $\mathcal{B} := \{(1,1)^T, (1,-1)^T\}$ sowie den Endomorphismus $\phi : \vec{x} \mapsto A\vec{x}$, der durch die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

gegeben ist.

(a) Bestimmen Sie die Darstellungmatrix $\mathcal{M}^{\mathcal{B}}_{\mathcal{B}}(\phi)$.

(b) Stellen Sie den Vektor $v = (3, -1)^T$ und sein Bild $\phi(v)$ als Linearkombination der Basisvektoren in $\mathcal{B}$ dar.

(T 3) Spiegelungen

Es bezeichne σ die Orthogonalspiegelung im $\mathbb{R}^2$ an der Geraden $\mathbb{R}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Bestimme die Matrix von σ zuerst bezüglich einer „geeigneten" Basis und dann bezüglich der kanonischen Basis.

(T 4) Projektionen

Wir betrachten im $\mathbb{R}^3$ die Parallelprojektion π in Richtung des Vektors $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ auf die durch die Gleichung $x - y + z = 0$ bestimmte Ebene. Bestimme die Matrix von π zuerst bezüglich einer „geeigneten" Basis und dann bezüglich der kanonischen Basis.

(T 5) Drehungen

Im $\mathbb{R}^3$ gibt es genau zwei Drehungen mit Drehachse $\mathbb{R}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und Drehwinkel $120°$. Es bezeichne δ diejenige der beiden Drehungen, bei der sämliche Vektoren, wenn man in Richtung des Vektors $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ sieht, im Uhrzeigersinn gedreht werden. Bestimme die Matrix von δ zuerst bezüglich einer „geeigneten" Basis und dann bezüglich der kanonischen Basis.

(T 6) Gleichungssysteme

Wir betrachten die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix} \text{ und } b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie, falls möglich, die Inverse Matrix zu A.

(b) Bestimmen Sie die Lösung des linearen Gleichungssystems $Ax = b$ mit Hilfe des Gauß-Algorithmus. Wie geht es einfacher?