

136. Welche der Relationen R_i sind eine Ordnungsrelation auf $A = \{1, 2, 3\}$?

$R_1 = \{(1,1), (1,2), (2,2)\}, \quad R_2 = \{(1,1), (1,2), (2,2), (2,3), (3,3)\},$

$R_3 = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,2), (2,3), (3,3)\},$

$R_4 = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3)\}.$

137. a) Zeichne Liniendiagramme aller geordneten Mengen auf vier Elementen.

b) Zeichne ein Liniendiagramm von $(\{1, 2, \dots, 10\}, |)$, d.h. der Zahlen 1 bis 10 mit „a teilt b“ als Ordnung.

138. Es seien (A, \leq) und (B, \leq) geordnete Mengen. Eine Abbildung $\varphi: A \rightarrow B$ heißt ordnungserhaltend, falls für alle $a, b \in A$ gilt:

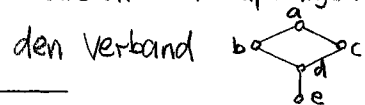
$a \leq b$ heißt ordnungserhaltend, falls für alle $a, b \in A$ gilt:

$a \leq b \iff \varphi(a) \leq \varphi(b).$

a) zeige: $\varphi(n) := 2n$ ist eine ordnungserhaltende Abbildung von (\mathbb{N}, \leq) in (\mathbb{N}, \leq) .

b) Sei \mathbb{N}_u die Menge aller ungeraden natürlichen Zahlen. Beweise: Die geordneten Mengen $(\mathbb{N}, |)$ und $(\mathbb{N}_u, |)$ sind isomorph.

139. Stelle die Verknüpfungstafeln von \vee und \wedge auf für



140. Finde das Infimum und das Supremum von 12 und 30 in der verbandsgeordneten Menge $(\mathbb{N}, |)$.

141. In welchen der folgenden Fälle ist e ein Hüllenoperator auf \mathbb{N} ?

a) $e(X) := X \cup (X+1)$, mit $X+1 := \{x+1 \mid x \in X\}.$

b) $e(X) := \begin{cases} \emptyset & \text{falls } X \text{ endlich,} \\ \mathbb{N} & \text{sonst.} \end{cases}$

c) $e(X) := \begin{cases} X & \text{falls } X \text{ endlich,} \\ \mathbb{N} & \text{sonst.} \end{cases}$

d) $e(X) := \begin{cases} X & \text{falls } 2 \in X, \\ \mathbb{N} & \text{sonst.} \end{cases}$

142. a) Finde im Begriffsverband auf. 168 im Buch den Begriff $(\{aw\}', \{aw\}'')$.

b) In welchem Sinn ist die Implikation $aw \ m_j$ zu verstehen? Gilt sie?

143. Sei V ein endlichdimensionaler Vektorraum mit Skalarprodukt $x \cdot y$.

Welche Begriffe hat der Kontext (V, V, I) mit $a \ I \ b : \iff a \cdot b = 0$?

144. Zeige, daß in jeder booleschen Algebra folgende Gleichungen gelten:

$x'y + x \approx x + y, \quad (x'+y)'(x+y)' \approx xy', \quad ((x+y)' + x)' \approx x'y.$

145. Handelt es sich um boolesche Algebren?

a) $(T_{12}, \text{kgV}, \text{ggT}, ', 1, 12)$ mit $T_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ und $x' = \frac{12}{x}.$

b) $(T_{30}, \text{kgV}, \text{ggT}, ', 1, 30)$ mit $T_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$ und $x' = \frac{30}{x}.$

146. Finde einen booleschen Term t , der obenstehende Funktion f als boolesche Funktion hat.

x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

147. Schreibe den booleschen Term $t(x,y,z) = (x+y')(x+z')$ in disjunktiver Normalform.

H148. Zeichne ein Liniendiagramm des Verbandes aus 2.5a im Buch.

H149. Zeige: Die geordnete Menge $(\mathbb{N}, |)$ ist ein Verband.

*H150. Die Schüler Adam, Bernd, Chris, Dieter,

Emil, Ferdinand haben eine Mathearbeit geschrieben. Die Tabelle gibt an, wer von ihnen welche Aufgabe korrekt gelöst hat. Finde den zugehörigen Begriffsverband.

	1	2	3	4	5
A	x		x	x	x
B	x	x		x	x
C	x	x		x	x
D	x				
E	x	x	x	x	x
F	x	x	x	x	x