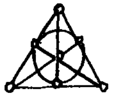
DISKRETE MATHEMATIK

Prof. Dr. Thomas Ihringer

Aufgabenblatt Nr. 6

76. Ist der Blockplan  isomorph zu einer projektiven Ebene der Form $\mathcal{P}(V)$?

77. Entferne aus dem Diagramm obiger projektiver Ebene eine Gerade, um ein Diagramm der affinen Ebene der Ordnung 2 zu erhalten.

78. Verwende ein Diagramm der affinen Ebene von Ordnung 3, um ein Diagramm der projektiven Ebene von Ordnung 3 zu erhalten.

79. Sei V ein d-dimensionaler Vektorraum ($d \geq 2$) über einem q-elementigen Körper. Für welche Parameter t, d, q ist $\mathcal{A}_t(V)$ ein 3-Blockplan?

---

80. Berechne mit der Tabelle in 3.20 (im Buch S. 106)

$$(a^3+a+1)+a^2, \qquad (a^3+a+1)\cdot a^2, \qquad (a^3+a+1)^{-1}.$$

(Die Ergebnisse sollen als Potenzen von a angegeben werden.)

81. Finde im Körper F_{16} in 3.20 einen 4-elementigen Unterkörper.

82. Sei n ein Teiler vom m und p eine Primzahl. Wieviele p^n-elementige Unterkörper hat ein p^m-elementiger Körper?

83. Beweise: $(\mathbb{Z}_n, +, \cdot)$ ist genau dann ein Körper, wenn n eine Primzahl ist.

---

84. Sei K ein Körper endlicher Charakteristik p. Zeige, daß für jedes $a \in K$ gilt: $\underbrace{a+a+\ldots+a}_{p \text{ mal}} = 0$.

85. Zeige: Die Elemente $0, 1, 2 := 1+1, 3 := 1+1+1, \ldots, p-1 := 1+1+\ldots+1$ eines Körpers K von endlicher Charakteristik p bilden einen Unterkörper von K (den Primkörper von K).

86. Bestimme ein irreduzibles Polynom über F_2 von Grad 3.

87. Stelle für den mit diesem Polynom konstruierten Körper eine Tabelle wie im Buch in 3.20 auf.

H88. Sei V ein d-dimensionaler Vektorraum ($d \geq 3$) über einem q-elementigen Körper. Für welche Parameter t, d, q ist $\mathcal{P}_t(V)$ ein 3-Blockplan?

H89. Finde alle über F_2 irreduziblen Faktoren von $x^8 - x$.

*H90. Zeige: Für alle Elemente b, c eines Körpers von Charakteristik p gilt

$$(b+c)^p = b^p + c^p.$$

Auf der Rückseite: Miniprojekt Nr. 2 !

MINIPROJEKT NR. 2 (Thema: Algorithmus von Ford und Fulkerson). Es sollen folgende Punkte behandelt werden:

(1) Im Flußnetzwerk $N=(G,c,s,t)$ seien auch die Ecken kapazitätsbeschränkungen unterworfen: es sei eine Abbildung $d: V \to \mathbb{R}$ gegeben, und jeder Fluß f auf N soll zusätzlich für alle v die Bedingung

$$\sum_{x \in A_v} f(v,x) \leq d(v)$$

erfüllen. Man führe dieses Problem auf die Untersuchung eines gewöhnlichen Flußnetzwerk zurück.

(2) Wie kann der Fall mehrerer Quellen und Senken behandelt werden?

(3) Man gebe anschauliche Interpretationen für (1) und (2).

Natürlich können weitere Fragen bearbeitet werden, z.B. wie man verallgemeinerte Flußnetzwerke behandelt, bei denen in den Ecken „Gewinne" oder „Verluste" auftreten können, oder bei denen auf jeder Kante auch untere Schranken vorgeschrieben sind (siehe im Buch von E.L. Lawler, S. 134–142). Interessant sind auch Beispiele, bei denen der Algorithmus von Ford und Fulkerson den maximalen Fluß nie erreicht (sogar nicht einmal gegen ihn konvergiert; siehe z.B. im Buch von L.R. Ford und D.R. Fulkerson, S. 21).

Im Lesesaal der Fachbereichsbibliothek stehen im Semesterapparat beide oben genannten Bücher zur Verfügung!