

16. Zeichne Diagramme von allen Bäumen mit 7 Ecken. Wieviele paarweise nicht isomorphe Bäume mit 7 Ecken gibt es?

17. Wieviele zu  isomorphe Bäume gibt es auf der Eckenmenge  $V = \{1, 2, 3, 4\}$ ?


18. a) Wieviele verschiedene Graphen gibt es auf der Eckenmenge  $V = \{1, \dots, n\}$ ?

b) Wieviele verschiedene Graphen mit  $k$  Kanten gibt es auf  $V = \{1, \dots, n\}$ ?

19. Zeige: Jeder endliche Baum mit mindestens zwei Ecken hat mindestens zwei Ecken von Grad 1.

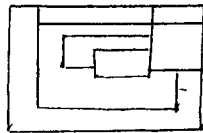
20. Überlege anschaulich, daß die Graphen  $K_5$  und  $K_{3,3}$  nicht planar sind.

21. Drei Nachbarn gehen zum selben Lebensmittelgeschäft, zur selben Gaststätte und zum selben Postamt. Da sie verfeindet sind, mochten sie von jedem ihrer Häuser Wege zu jedem der drei anderen Plätze finden, die sich nicht schneiden. Geht das, bzw. wie könnte das gehen?

22. Finde für den Graphen  die  $4 \times 2$ -Matrix  $A = (a_{ij})$  mit  $a_{ij} = 1$ , falls die Kante  $e_i$  zum Rand der Fläche  $F_j$  gehört, und  $a_{ij} = 0$  sonst.

23. Beweise den Satz: Für jeden planaren Graphen mit  $n$  Ecken und  $m \geq 2$  Kanten, der keine Kreise der Länge 3 enthält, gilt  $m \leq 2n - 4$ .

24. Färbe nebenstehende Landkarte mit möglichst wenigen Farben.



25. a) An welchen Stellen obiger Landkarte sind die Ecken der zugehörigen graphentheoretischen Landkarte  $G$ ?

b) Zeichne den Graphen  $G'$ .

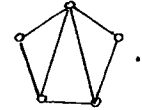
26. Berechne das chromatische Polynom von .

27. Sei  $G$  ein endlicher Graph mit Zusammenhangskomponenten  $G_1, \dots, G_k$ . Beweise für das chromatische Polynom von  $G$ :  $f(G, x) = \prod_{i=1}^k f(G_i, x)$ .

H 28. a) Dieselbe Frage wie in Aufgabe 17, aber für den Baum .

b) Vergleiche die Resultate in 17 und 28a) mit der Tatsache, daß es genau  $n^{n-2}$  verschiedene Bäume mit vorgegebener  $n$ -elementiger Eckenmenge gibt.

H 29. Berechne das chromatische Polynom von



\*H 30. Sei  $G$  ein planarer Graph, in dem jede Ecke mindestens Grad 3 hat, mit einem ebenen Diagramm, in dem jede Fläche von mindestens 5 Kanten berandet wird. Beweise, daß dieses Diagramm von  $G$  (und damit jedes ebene Diagramm von  $G$ ) mindestens 12 Flächen hat.