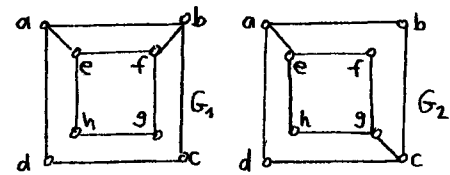


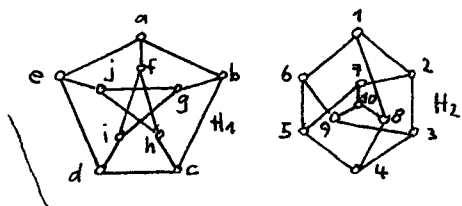
Erster Übungsteil

1. Fünf Tischtennisspieler wollen ein Doppelturnier durchführen. Es spielen immer zwei Spieler gegen zwei andere, der übrige ist Schiedsrichter. Jede solchen Kombination soll auch gespielt werden. Veranschauliche das Turnier mit einem Graphen (z.B. mit Ecken als Teams und Kanten als Spielen).

2. Sind die Graphen G_1 und G_2 isomorph? Mit Angabe eines Isomorphismus, oder eines Grundes, warum kein solcher existieren kann.



3. Dieselbe Frage für H_1 und H_2 .



4. Zeichne Diagramme von allen Graphen mit vier Ecken. Wieviele verschiedene (d.h. paarweise nicht isomorphe Graphen mit vier Ecken gibt es?

5. Welche Graphen mit vier Ecken haben einen Teilgraphen bzw. einen Untergraphen mit Diagramm $\circ - \circ - \circ$?

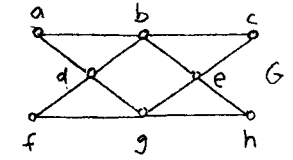
Zweiter Übungsteil

6. Zeige: für jeden endlichen Graphen ist die Anzahl der Ecken ungeraden Grads gerade.

7. Zeige: für jeden nicht zusammenhängenden Graphen G ist das Komplement \bar{G} (der Graph mit selber Eckenmenge wie G , aber Kanten genau da, wo G keine hat) zusammenhängend.

8. Betrachte folgenden Satz: Ein Graph G ist genau dann zusammenhängend, wenn zu jeder nichttrivialen Zerlegung $V = V_1 \cup V_2$ der Eckenmenge von G eine Kante $e = \{v, w\}$ von G existiert mit $v \in V_1$ und $w \in V_2$. Formuliere

und beweise jetzt ein hierzu analoges Resultat für stark zusammenhängende gerichtete Graphen.



Dritter Übungsteil

9. Bestimme mit dem Algorithmus von Hierholzer einen eulerschen Kreis von G .

Für die Aufgaben 10-12: Der vollständige Graph K_n ist ein Graph mit n Ecken, bei dem je zwei Ecken durch eine Kante verbunden sind. Der vollständig bipartite Graph $K_{m,n}$ ist ein Graph mit Eckenmenge $V = V_1 \cup V_2$ mit $|V_1| = m$, $|V_2| = n$, deren Kanten genau die $\{v_1, v_2\}$ mit $v_1 \in V_1$ und $v_2 \in V_2$ sind.

10. Zeichne Diagramme der Graphen $K_3, K_4, K_5, K_{4,3}, K_{2,3}, K_{3,3}$.

11. Welche der Graphen K_n bzw. $K_{m,n}$ sind eulersch?

12. Welche dieser Graphen sind hamiltonsch?

Hausaufgaben

H13. Sei G ein Graph mit n Ecken. Zeige: Gilt $\text{grad } v \geq \frac{n-1}{2}$ für alle Ecken v , dann ist G zusammenhängend.

H14. Ist der Petersengraph (der Graph H_1 in Aufgabe 3) hamiltonsch?

*H15. Das Turnier in Aufgabe 1 dauert mehrere Tage, und kein Team spielt zweimal an einem Tag. Wieviele Tage sind für das Turnier mindestens nötig?