

**14. Aufgabenblatt zur Vorlesung
„Probability Theory“**

1. In der Situation von Example V.1.2 sowie Aufgabe 13.2 und 13.4 berechne man zunächst die regulären bedingten Verteilungen $P_{X|Y}$ und anschließend die regulären bedingten Wahrscheinlichkeiten $P_{\text{id}|Y}$.

2. Verifizieren Sie die zweite Teilaussage von Lemma V.1.5, die Aussagen in Example V.1.5 sowie Gleichung (6) in Abschnitt V.1.

3. Konstruieren Sie Zufallsvariablen $X, Y \in \mathcal{L}^2$ auf einem gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsraum sowie eine meßbare Abbildung $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$E(|X - \varphi \circ Y|) < E(|X - E(X | Y)|).$$

4.) Frage: Folgt aus dem Zentralen Grenzwertsatz das Starke Gesetz der Großen Zahlen?

Genauer: Gilt für jede Folge $(S_n^*)_{n \in \mathbb{N}}$ von Zufallsvariablen auf einem gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsraum mit $E(S_n^*) = 0$ und $\text{Var}(S_n^*) = 1$, daß die schwache Konvergenz der Verteilungen von S_n^* gegen $N(0, 1)$ die fast sichere Konvergenz von S_n^*/\sqrt{n} gegen Null impliziert?