

3. Hausaufgabe Formale Grundlagen der Informatik I WS 2007/2008

(H3.1) [Kontextfreie Sprachen]

Betrachte die kontextfreie Grammatik $G = (\{a, b\}, \{X_0, X, Y\}, P, X_0)$ mit

$$\begin{aligned} P : X_0 &\rightarrow aXaY \\ X &\rightarrow aXa \mid Y \\ Y &\rightarrow bY \mid \varepsilon. \end{aligned}$$

- (i) Bestimme die von G erzeugte Sprache.
- (ii) Bestimme eine zu G äquivalente Grammatik G' ohne ε -Produktionen.

(H3.2) [Chomsky-Normalform]

Betrachte die kontextfreie Grammatik $G = (\{a, b\}, \{X_0, X, Y\}, P, X_0)$ mit

$$\begin{aligned} P : X_0 &\rightarrow aXaY \mid aXa \mid aaY \mid aa \\ X &\rightarrow aXa \mid Y \mid aa \\ Y &\rightarrow bY \mid b. \end{aligned}$$

- (i) Welche Sprache wird von G erzeugt?
- (ii) Konstruiere eine Grammatik G' in Chomsky-Normalform mit $L(G) = L(G')$.

(H3.3) [Bäume]

Ein Baum heißt *Binärbaum*, wenn jeder Knoten entweder ein Blatt ist (keine Nachfolger hat) oder höchstens zwei Nachfolger hat. Die Tiefe eines Baumes ist die Länge des längsten Pfades von der Wurzel zu einem Blatt.

Zeige per Induktion, dass in jedem Binärbaum die Anzahl der Blätter durch 2^d beschränkt ist, wo d die Tiefe ist.

(H3.4) [Pumping Lemma für Kontextfreie Sprachen]

Zeige, dass die Sprache

$$L = \{a^n b^m a^n b^m : m, n \geq 0\}$$

nicht kontextfrei ist.