Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Ulrich Kohlenbach
Dr. Benno van den Berg

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

17. Dezember, 2007

2. Hausaufgabe Formale Grundlagen der Informatik I
WS 2007/2008

(H2.1) [Reguläre Sprachen]

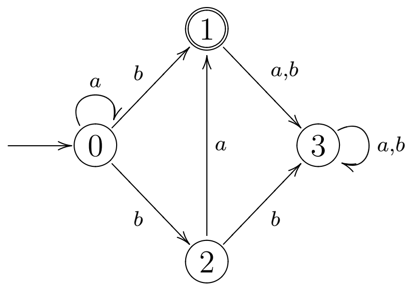
Sei $L \subseteq \{a,b\}^*$ die Menge von Wörter die irgendwo zwei a's nebeneinander haben, und sei M das Komplement (d.h., die Menge von Wörter die niemals zwei a's nebeneinander haben).

(i) Bestimmen Sie reguläre Ausdrücke für L und M.

(ii) Bestimmen Sie DFAs die genau die Sprache L, bzw. die Sprache M erkennen.

(H2.2) [Potenzmengen-Trick]

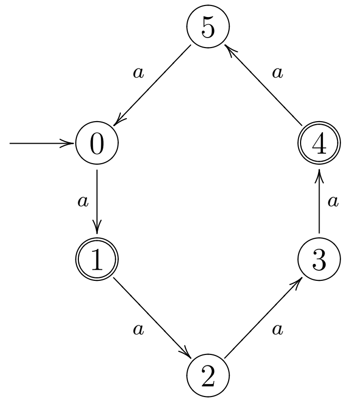
Betrachten Sie den folgenden NFA:



Bestimmen Sie einen DFA der genau dieselbe Sprache erkennt.

(H2.3) [Minimierung]

Betrachten Sie den folgenden DFA $\mathcal{A}$:



(i) Bestimmen Sie die von dem Automaten erkannte Sprache $L(\mathcal{A})$.

(ii) Finden Sie einen äquivalenten DFA minimaler Länge.

(H2.4) [Pumping Lemma]

Sei $\mathcal{A}$ ein DFA mit n Zuständen. Der Beweis des Pumping Lemmas zeigt dann, dass es für jedes Wort $x \in L(\mathcal{A})$ mit $|x| \geqslant n$, Zeichenreihen u, v, w gibt, mit $x = u \cdot v \cdot w$, $|u \cdot v| \leqslant n$ und $|v| > 0$, wobei

$$u \cdot v^m \cdot w \in L(\mathcal{A})$$

für jedes $m \in \mathbb{N}$.

(i) Zeigen Sie, dass aus $L(\mathcal{A}) \neq \emptyset$ folgt, dass es ein Wort $x \in L(\mathcal{A})$ gibt mit $|x| < n$.

Hinweis: betrachten Sie ein Wort $x \in L(\mathcal{A})$ das minimale Länge hat.

(ii) Zeigen Sie, dass $L(\mathcal{A})$ unendlich ist genau dann, wenn es ein Wort $x \in L(\mathcal{A})$ gibt mit $n \leqslant |x| < 2n$.

Hinweis: wenn die Sprache $L(\mathcal{A})$ unendlich ist, gibt es Wörter die zu $L(\mathcal{A})$ gehören und Länge $\geqslant 2n$ haben (warum?). Unter diesen, betrachte ein Wort minimaler Länge.

Frohe Weihnachten und glückliches Neujahr!