



24. Januar, 2008

7. Übungsblatt Formale Grundlagen der Informatik I WS 2007/2008

(E7.1) [Induktion]

Für jedes Wort $w \in \Sigma^*$, definieren wir die Umkehrung w^{-1} formell durch:

$$\begin{aligned}\varepsilon^{-1} &= \varepsilon \\ (w \cdot a)^{-1} &= a \cdot w^{-1}, \text{ wobei } w \in \Sigma^*, a \in \Sigma.\end{aligned}$$

Beweisen Sie, mittels struktureller Induktion, dass

$$(v \cdot w)^{-1} = w^{-1} \cdot v^{-1}$$

für beliebige Wörter $v, w \in \Sigma^*$.

(E7.2) [Reguläre Sprachen]

Unter welchen der folgenden Operationen ist die Menge der regulären Sprachen abgeschlossen?

- (i) In jedem Wort werden alle Buchstaben a durch b ersetzt und alle b durch a .
- (ii) Jedes zweite Vorkommen des Buchstaben a wird durch das Wort aba ersetzt.
- (iii) Die Buchstaben in jedem Wort dürfen beliebig umsortiert werden, d.h. ist etwa das Wort $aaba$ in der Sprache, so fügen wir auch die Wörter $aaab$, $abaa$ und $baaa$ hinzu.

(E7.3) [Automaten]

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$$L = L((c + (ab + b)^*ba^*)^*).$$

- (i) Geben Sie einen NFA für L an.
- (ii) Geben Sie einen DFA für L an.
- (iii) Konstruieren Sie den minimalen DFA für L .

(E7.4) [Chomsky-Hierarchie]

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Zu welchem Niveau der Chomsky-Hierarchie gehören die folgenden Sprachen:

$L_1 = \{w \in \Sigma^* : \text{zu jedem } a \text{ kann man eine spätere Stelle mit einem } b \text{ finden derart, dass jedes } b \text{ zu höchstens einem } a \text{ gehört} \}$

$L_2 = \{w \in \Sigma^* : \text{wenn in } w \text{ ein } a \text{ vorkommt, dann gibt es eine spätere Stelle, an der ein } b \text{ steht, wobei dieses } b \text{ zu mehreren } a\text{'s gehören kann} \}$

(E7.5) [Kellerautomaten]

Konstruieren Sie einen PDA für die Sprache der Palindrome über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

(E7.6) [Aufzählbarkeit]

Zeigen Sie, dass die aufzählbare Teilmengen von Σ^* unter Durchschnitt und Vereinigung abgeschlossen sind.