



15. November, 2007

3. Übungsblatt Formale Grundlagen der Informatik I WS 2007/2008

(E3.1) [Wahrheitstafeln]

Sei $| : \mathbb{B}^2 \rightarrow \mathbb{B}$ die durch die folgende Wahrheitstafel definierte Boolesche Operation

p	q	$p q$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- (i) Drücken Sie die Bedeutung von $p | q$ umgangssprachlich aus.
- (ii) Zeigen Sie, dass sich die üblichen Operationen $\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$ durch $|$ alleine definieren lassen.

Extra: gibt es eine andere zweistellige Operation mit derselben Eigenschaft?

(E3.2) [Induktion]

Begründen Sie das Prinzip der Wertverlaufsinduktion, indem Sie es auf die gewöhnliche vollständige Induktion zurückführen.

(E3.3) [Induktion]

Eine Dezimalzahl ist eine natürliche Zahl der Form

$$\sum_{i=0}^k 10^i z_i = z_0 + 10z_1 + 100z_2 + \dots + 10^k z_k,$$

wobei $z_i \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ für jedes $i \leq k$.

- (i) Zeigen Sie mit Wertverlaufsinduktion, dass jede natürliche Zahl eine Dezimalzahl ist.
- (ii) Zeigen Sie, dass die Dezimalzahl

$$\sum_{i=0}^k 10^i z_i = z_0 + 10z_1 + 100z_2 + \dots + 10^k z_k$$

genau dann durch 3 (oder 9) teilbar ist, wenn

$$\sum_{i=0}^k z_i = z_0 + z_1 + z_2 + \dots + z_k$$

dies ist.

Hinweis: zeigen Sie mit Induktion, dass für jedes $n \in \mathbb{N}$

$$10^n - 1$$

durch 9 teilbar ist.

(iii) Extra: zeigen Sie, dass die Dezimalzahl

$$\sum_{i=0}^k 10^i z_i = z_0 + 10z_1 + 100z_2 + \dots + 10^k z_k$$

genau dann durch 11 teilbar ist, wenn

$$\sum_{i=0}^k (-1)^i z_i = z_0 - z_1 + z_2 - \dots + (-1)^k z_k$$

dies ist.

(E3.4) [Reguläre Sprachen]

Geben Sie einen regulären Ausdruck an, der die Menge der Zeichenreihen beschreibt, die aus in abwechselnder Reihenfolge stehenden Nullen und Einsen bestehen.