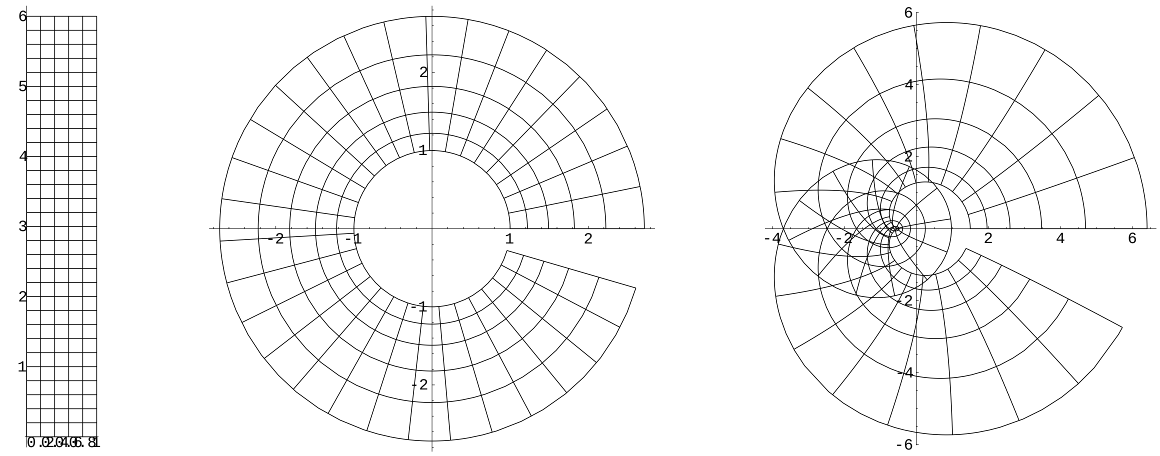
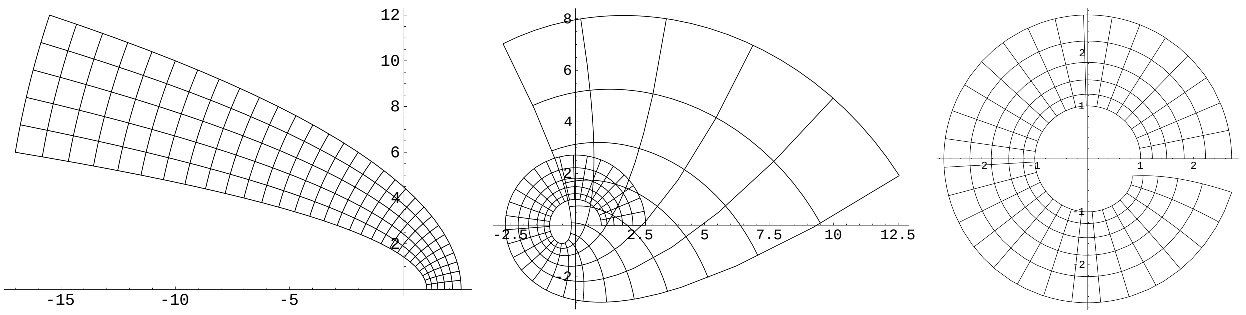
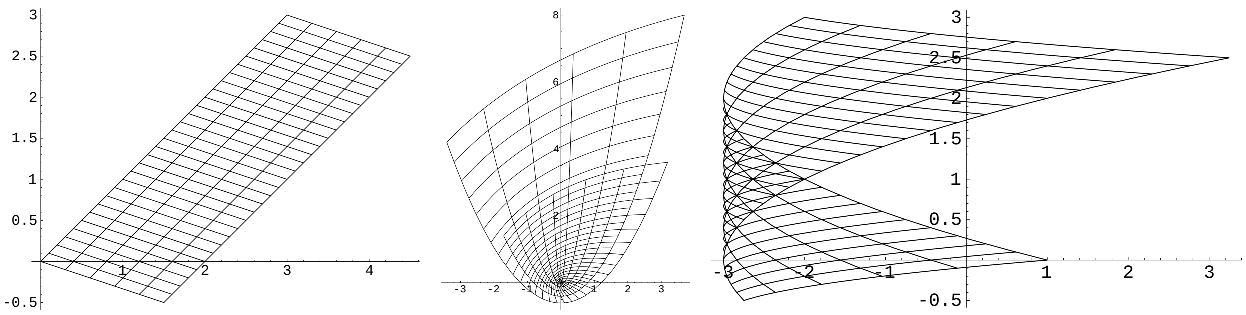


Das links dargestellte Quadratgitternetz in $\mathbb{C}$ wird durch exp auf das in der Mitte dargestellte Gitter abgebildet, und weiter durch $z + \frac{1}{2}z^2$ auf das rechte Gitter. Das heißt, das rechte Gitter ist Bild des linken unter der holomorphen Abbildung $\exp(z) + \frac{1}{2}\exp^2(z)$. Winkeltreue Abbildungen bilden infinitesimal Quadrate auf Quadrate ab. Können Sie angeben, um welchem Faktor sich die Fläche der Quadrate unter der Abbildung ändert?



Diese Bilder veranschaulichen, wie die Exponentialreihe durch Partialsummen approximiert wird. Sie zeigen das Bild des Urbildgitters von oben links unter $1+z+\ldots+\frac{1}{k!}z^k$ für $k = 2$ (links), $k = 10$ (Mitte) und $k = 15$ (rechts). Warum ist die Konvergenz gegen exp (vgl. oben Mitte) auf dem unteren Teil des Urbildstreifens schneller als auf dem oberen?



Zum Vergleich folgen hier Bilder des Urbildgitters von oben links unter drei verschiedenen nicht-holomorphen, also nicht winkeltreuen, Abbildungen. Die Bilder von infinitesimalen Quadraten sind dann was?

Das erste Bild zeigt eine $\mathbb{R}$-lineare Abbildung des Urbildgitters von oben links, und zwar $f(z) := \frac{z}{1+i} + \operatorname{Re} z$. Als zweites folgt $(f - 2 - \frac{9}{10}i)^2$. Die dritte Abbildung (es ist $(\operatorname{Re} f - 2)^2 + i \operatorname{Im}(f) - 3$) hat eine Linie mit Rang 1, wie sie für holomorphe Abbildungen unmöglich ist.