



Mathematik I für ET, WI(ET), SpInf, iSt, BEEd.ET, CE

14. Übung

Gruppenübungen

(G 49) (Vektor- und Spatprodukt)

- a) Wie hängt das von den folgenden 3 Vektoren aufgespannte Spatvolumen von $x \in \mathbb{R}$ ab? Warum?

$$\vec{a} = \frac{\vec{e}_1 - \vec{e}_2}{2}, \quad \vec{b} = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3, \quad \vec{c} = 2\vec{e}_2 - x\vec{e}_3$$

- b) Berechne das Volumen der von den 3 folgenden Vektoren gebildeten Pyramide

$$\vec{a} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 \quad \vec{b} = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 \quad \vec{c} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Hinweis: Wie verhalten sich die Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ zueinander? Das Volumen einer Pyramide berechnet sich gemäß $V = \frac{1}{3}Gh$ (G ist die Grundfläche, h ist die Höhe).

(G 50) (Flächeninhalt)

- a) Skizziere die Funktion $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$. Wie groß ist die Fläche, die von dem Graphen der Funktion und der x -Achse eingeschlossen wird?
- b) Bestimme mit Hilfe der Substitution $x = \sin(t)$ das Integral

$$\int_{-1}^1 f(x) dx.$$

(G 51) (Uneigentliches Integral)

Untersuche, ob die folgenden uneigentlichen Integrale existieren und berechne gegebenenfalls ihren Wert unter Verwendung der Substitutionsregel.

- a)

$$\int_0^{\pi/2} \cos(x)/\sqrt{\sin(x)} dx \equiv \lim_{a \rightarrow 0^+} \int_a^{\pi/2} \frac{\cos(x)}{\sqrt{\sin(x)}} dx$$

- b)

$$\int_0^{\infty} x/(x^2 + 1)^3 dx \equiv \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b \frac{x}{(x^2 + 1)^3} dx$$

Hausübungen

(H 51) (Reihen)

Untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz oder Divergenz:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} + \frac{(-1)^n}{n}$,

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n^2}{n^2}$.