

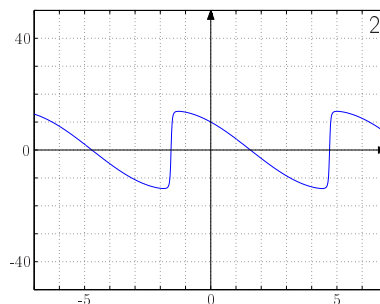
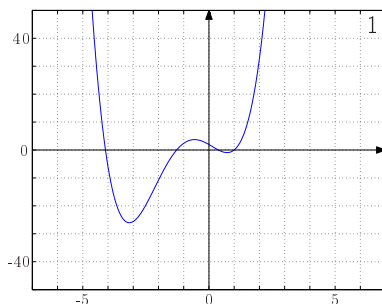
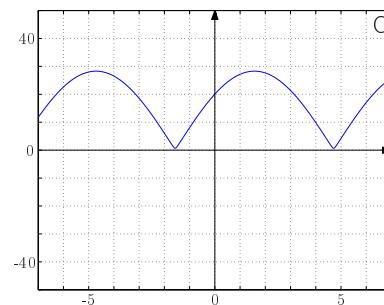
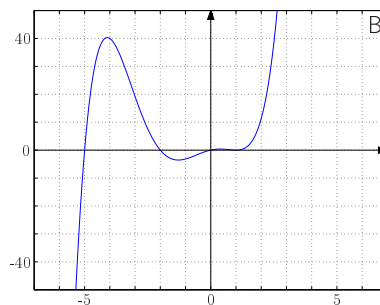
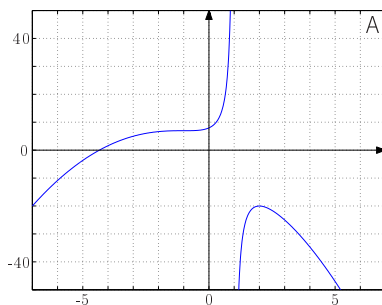


Mathematik I für ET, WI(ET), SpInf, iSt, BEd.ET, CE

11. Übung

Gruppenübungen

Aufgabe G40 (Graphische Darstellung von Ableitungen) Ordne jeweils eine mit Buchstaben kodierte Funktion ihrer mit Zahlen kodierten Ableitung zu.



Aufgabe G41 (Extremstellen)

Untersuche das Polynom $f(x) = x^3 + ax^2 + 3bx$, $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ in Abhängigkeit von den Parametern $a, b \in \mathbb{R}$ auf lokale Extremstellen.

Aufgabe G42 (Taylor-Polynom)

Wir betrachten die Funktion $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \sin(3x).$$

Bestimme das Taylorpolynom 3-ter Ordnung mit Entwicklungspunkt $x_0 = \pi$. Schätze den Fehler für $x = \frac{3\pi}{4}$ ab.

Hausübungen

Aufgabe H42 (Taylorpolynom) (6P)

Berechne das Taylorpolynom $T_3(x, 1)$ zu $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x(x - \ln x)$. Berechne ebenfalls $T_3(\frac{2}{3}, 1)$ und schätze den zugehörigen Fehler ab.

Aufgabe H43 (Mittelwertsatz) (4+4P)

- Beweise die Ungleichung $e^x \geq 1 + x$ für alle $x \in [0, \infty)$ mit Hilfe des Mittelwertsatzes.
- Beweise die Ungleichung $\ln x \leq x - 1$ für alle $x \geq 1$.

Aufgabe H44 (Untersuchung von Funktionsgraphen) (2+3+1P)

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $D(F) = [-\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}]$ und

$$f(x) = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 - \cos(x^2).$$

- Gebe alle lokalen und globalen Extrema von f in $(-\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})$ an. Bestimme jeweils die Art der Extrema.
- Zeige, dass die Funktion f im Intervall $[\sqrt{\pi/4}, \sqrt{3\pi/4}]$ genau eine Nullstelle hat.
- Skizziere die Funktion.