Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. C. Herrmann
Eric Hofmann
René Hartmann
Nataliya Kraynyukova

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

WS 2008/2009 14.01.2009

Mathematik I für ET, WI(ET), SpoInf, iSt, BEd.ET, CE

10. Übung

Gruppenübungen

Aufgabe G37 (Differenzierbarkeit und Betragsfunktion)

Untersuche die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = x \cdot |x|$ auf Differenzierbarkeit für $x \in \mathbb{R}$.

Aufgabe G38 (Differentiation)

Bestimme die Ableitung der folgenden Funktionen:

a) $f(x) = \sin(x) \cdot \cos(x)$,

b) $g(x) = \frac{\sin(x)}{x^2}$,

c) $h(x) = \sqrt[3]{x^2 + 1}$,

d) $p(x) = jxe^{jx}$, wobei j die komplexe Eins ist.

Aufgabe G39 (Relativer Fehler)

Die Tangentenbussole hat diesen Namen, weil die Stromstärke J proportional dem Tangens des Ablesewinkels α der Magnetnadel ist:

$$J = c \tan \alpha,$$

wobei c eine Apparatenkonstante bedeutet.

Schaetze den relativen Fehler $\frac{100 \cdot \Delta J}{J}\%$ ab, falls sich die Winkel α auf einen halben Grad genau ablesen. Bestimme den relativen Fehler in % für die Winkel $\alpha = 15°,\ \alpha = 30°$.

Hausübungen

Aufgabe H38 (Monotonie differenzierbarer Funktionen) (6P)

Beweise die Ungleichung

$$\frac{\sin x}{x} > \frac{\sin y}{y}$$

für $0 < x < y < \pi$.

Aufgabe H39 (Eindeutigkeitssatz) (5P)

Zeige, daß für $x \in (-1, 1)$

$$\arcsin(x) + \arccos(x) = \frac{\pi}{2}$$

gilt.

Aufgabe H40 (Gleichung der Tangente) (4P)

Bestimme alle Punkte $(x, y(x))$ auf dem Graphen der Funktion $y(x) = x^3$, in denen die Tangente parallel zu der Sekante ist, die die Punkte (-1,-1) und (2,8) verbindet.

Aufgabe H41 (Lineare Approximationen) (1+2+2P)

Eine lineare Approximation g einer differenzierbaren Funktion f im Punkt p ist $g(x, p) = \Delta x f'(p) + f(p),\ \Delta x = x - p$.

a) Berechne für den Punkt x den Fehler $r(\Delta x)$ der linearen Approximation $g(x, p)$, d.h. also $r(\Delta x) = g(x, p) - f(x)$.

b) Bestimme $\lim_{\Delta x \to 0} r(\Delta x)$ und $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{r(\Delta x)}{\Delta x}$.

c) Sei $f_3(x) = x^3$. Bestimme die lineare Approximation g_3 im Punkt $x = 1$ sowie den zugehörigen Fehler $r_3(\Delta x) = g_3(x, 1) - f_3(x)$. Begründe, warum sich auch für den allgemeinen Fall $f_n = x^n$ für r_n Polynome ergeben und diese keine Summanden mit $(\Delta x)^0$ und $(\Delta x)^1$ enthalten können.