



## Analysis II für M, LaG und Ph, WS07/08 , Übung 14

### Gruppenübung

#### G 50 (Volumen unter einer Fläche I).

Bestimme das Volumen der Menge, die durch den Zylinder  $x^2 + y^2 = 4$  und die Ebenen  $y + z = 4$  und  $z = 0$  begrenzt wird. (Skizze!)

#### G 51 (Volumen unter einer Fläche II).

Bestimme das Volumen der Menge, die vom Paraboloid  $x^2 + y^2 = 4z$ , dem Zylinder  $x^2 + y^2 = 8y$  und der Ebene  $z = 0$  eingeschlossen wird. (Skizze!)

#### G 52 (Bohrungen).

Bestimme das Volumen der Menge, die aus einer Kugel mit dem Radius  $2a$  herausgebohrt wird, wenn das Loch den Radius  $a$  hat und die Achse des Lochs ein Durchmesser der Kugel ist. (Skizze!)

#### G 53 (Volumen zwischen zwei Flächen I).

Bestimme das Volumen der Menge, die von dem Kugel  $r^2 + z^2 = a^2$  und dem Zylinder

$$Z := \{(x, y, z) \mid x = \rho(\varphi) \cos \varphi, y = \rho(\varphi) \sin \varphi, z \in \mathbb{R}, \varphi \in [0, \pi]\},$$

für  $a > 0$  und  $\rho : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\rho(\varphi) := a \sin \varphi$ , eingeschloßen wird. (Skizze!)

### Hausübung

#### H 55 (Volumen zwischen zwei Flächen II).

Bestimme das Volumen der Menge in  $x^2 + y^2 = 9$ , die nach unten durch  $x^2 + y^2 + 4z = 16$  und nach oben durch  $z = 4$  begrenzt wird.

#### H 56 (Berechnung eines Integrals I).

Berechne folgendes Integral:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^1 \int_0^2 z r^2 \sin \varphi \, dz dr d\varphi$$

#### H 57 (Berechnung eines Integrals II).

Berechne das Integral von

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(r, \varphi, z) = r^2$$

über dem Bereich  $R$ , der vom dem Paraboloid  $r^2 = 9 - z$  und der Ebene  $z = 0$  begrenzt wird. (Skizze!)

**H 58 (Berechnung eines Integral III).**

Berechne das Integral von

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(r, \varphi, z) = \frac{1}{r}$$

über dem Bereich  $R$ , der im ersten Oktanten von den Kegeln  $\varphi = \frac{\pi}{4}$  und  $\varphi = \arctan 2$  und der Kugel  $r = \sqrt{6}$  begrenzt wird. (Skizze!)