Prof. B. Kümmerer
N. Sissouno

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

WS 07/08
28.11.2007

Analysis III für M. & Ph.: Differentialgleichungen

4. Tutorium

T14 (Lineare DGLen)

Bestimme die allgemeinen Lösungen der folgenden DGLen (in Teil iv) bitte reell):

i) $x'(t) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x(t)$

ii) $x'(t) = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} e^t \\ t \end{pmatrix}$;

iii) $y'' + 4y' = \cos 2t$;

iv) $y'' - 4y' + 13y = 0$.

T15 (Lineare DGLen)

i) Zeige, dass sich die so genannte Eulersche DGL

$$a_n x^n y^{(n)}(x) + a_{n-1} x^{n-1} y^{(n-1)}(x) + \cdots + a_1 x y'(x) + a_0 y(x) = 0$$

durch die Substitution $x = e^t$ (bzw. $t = \log x$) auf eine lineare DGL mit konstanten Koeffizienten zurückführen läßt.

ii) Bestimme die allgemeine Lösung der DGL

$$x^2 y''(x) - 3xy'(x) + 5y(x) = 0,$$

und berechne die Lösung zu den Anfangsdaten $y(1) = 2, y'(1) = 1$.

T16 (Alkoholvergiftung)

Ein Lebewesen nehme kontinuierlich und mit der zeitlichen Rate k oral Alkohol zu sich. Die Wanderung der Substanz erfolge nach nachfolgendem Schema mit jeweiligen Raten $k_{ij} \geq 0$:

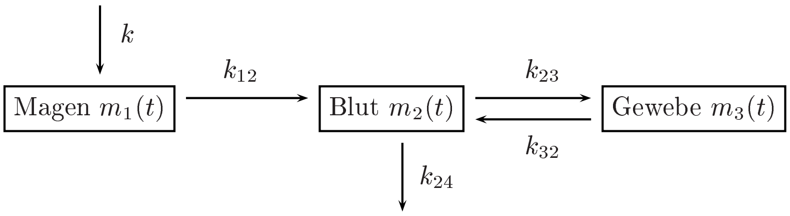

Abbildung 1:

i) Wie lautet das zugehörige inhomogene System von DGLen für die Mengen an Alkohol $m_1(t), m_2(t)$ und $m_3(t)$ in den jeweiligen Bereichen?

ii) Zeige, dass die charakteristische Gleichung des homogenen Systems nur negative Wurzeln besitzt; sie lassen sich explizit angeben. Welche Bedeutung hat dies für das Lebewesen?

iii) Welchem Gleichgewichtszustand $m_1(\infty), m_2(\infty), m_3(\infty)$ strebt der Alkoholgehalt in den einzelnen Bereichen bei ununterbrochener Aufnahme zu?