Fachbereich Mathematik
M. Kohler / A. Fromkorth

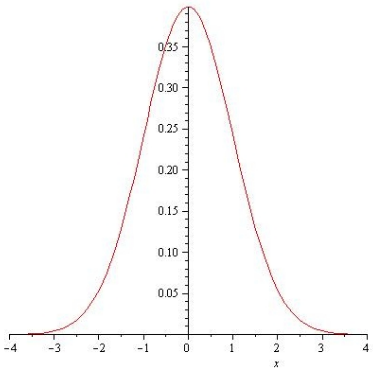
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

WS 2007/08
17. Dezember 2007

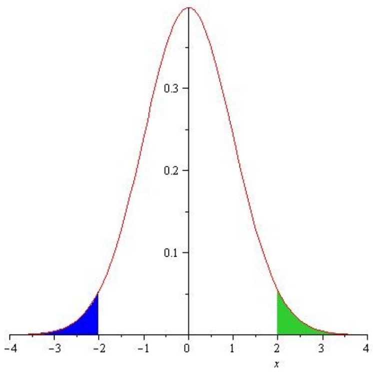
Lösungsvorschläge zum 8. Übungsblatt zur „Mathematik und Statistik für Biologen“

Lösung zur Aufgabe 27 (3 Punkte)

(a) Die Funktion hat eine Extremstelle bei $x = 0$ und Wendestellen bei $x = 1$ und $x = -1$. Da die Exponentialfunktion nicht negativ ist, gilt dies auch für f. Außerdem ist die Funktion Achsensymmetrisch zur y-Achse.



(b) In der folgenden Abbildung sind Flächen grün bzw. blau markiert. Da der Funktionsgraph symmetrisch zur y-Achse ist, sind die beiden Flächen gleich groß. Da die Standardnormalverteilung ein Wahrscheinlichkeitsmaß ist, muss die Fläche zwischen Graph und x-Achse insgesamt 1 sein. Die Fläche des nicht grün markierten Teils ist demnach so groß, wie 1− Fläche des grün markierten Teils.

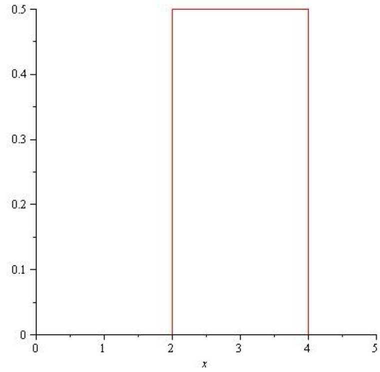


(c) i. $\mathbf{P}\{X \leq 0.4\} = \Phi(0.4) = 0.655$

ii. $\mathbf{P}\{X > 0.7\} = 1 - \Phi(0.7) = 1 - 0.758 = 0.242$

iii. $\mathbf{P}\{0.1 < X \leq 0.2\} = \Phi(0.2) - \Phi(0.1) = 0.579 - 0.54 = 0.039$

Lösung zur Aufgabe 28 (3 Punkte)

(a) 

(b) Die zu berechnende Fläche ist ein Rechteck mit Seitenlänge $b-a$ und Höhe $\frac{1}{b-a}$. Demnach ist der Funktionswert der Gleichverteilung an der Stelle b gleich $(b-a)\cdot\frac{1}{b-a}=1$. Für Werte, die größer als b sind, bleibt der Flächeninhalt 1, da ja f oberhalb von b immer gleich 0 ist.

(c) Es muss gelten:

$$\frac{1}{2} = x \cdot \frac{1}{b-a}$$
$$\Rightarrow x = \frac{b-a}{2}$$

Da die Dichte der Gleichverteilung erst ab der Stelle a ungleich Null ist, folgt, dass die Verteilungsfunktion einer auf dem Intervall (a,b) gleichverteilten Zufallsvariable an der Stelle $x=a+\frac{b-a}{2}$ den Wert $\frac{1}{2}$ hat.

Lösung zur Aufgabe 29 (3 Punkte)

(a) Es gilt für alle $x\in\mathbb{R}$:

$$F(x) = P[(-\infty,x]) \in [0,1] \text{ nach Definition von } P$$

(ii) Sei $x_1 \leq x_2$, dann gilt:

$$\begin{aligned}
P((x_1,x_2]) &= P((-\infty,x_2] \setminus (-\infty,x_1]) \\
&= P((-\infty,x_2]) - P((-\infty,x_1]) = F(x_2) - F(x_1) \\
\Rightarrow F(x_2) &= \underbrace{P((x_1,x_2])}_{\geq 0} + F(x_1)
\end{aligned}$$

und somit $F(x_2) \geq F(x_1)$.

Lösung zur Aufgabe 30 (3 Punkte)

(a) $f'(x) = 2x-5$

(b) $f'(t) = 2e^t$

(c) $g'(x) = (\cos(x))^2 + \sin(x)(-\sin(x))$

(d) $h'(y) = e^{\sin(y)} \cdot \cos(y)$