



Lösungsvorschläge zum 5. Übungsblatt zur „Mathematik und Statistik für Biologen“

Lösung zur Aufgabe 15

(3 Punkte)

- (a) i. $\frac{8}{30} = \frac{4}{15}$
ii. $\frac{3}{30} = \frac{1}{10}$
iii. $\frac{14}{30} = \frac{7}{15}$
iv. $\frac{16}{30} = \frac{8}{15}$
- (b) i. $\Omega = \{2, 3, \dots, 11, 12\}$
ii. Die Summe der beiden Würfel ist größer als 9.

Lösung zur Aufgabe 16

(3 Punkte)

- (a) Es gibt 36 Elementarereignisse. Wenn man davon ausgeht, dass alle mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auftreten, ist die Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines dieser Ereignisse gleich $\frac{1}{36}$.
- (b) Sei $A = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$, wobei die $\omega_1, \dots, \omega_n$ Elementarereignisse aus Ω sind. Da die Elementarereignisse disjunkt sind, folgt

$$\begin{aligned} P(A) &= P\left(\bigcup_{i=1}^n \{\omega_i\}\right) \\ &= \sum_{i=1}^n P(\omega_i) \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{36} = n \cdot \frac{1}{36} = \frac{|A|}{|\Omega|}. \end{aligned}$$

- (c) i. $\{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$
ii. $\{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\}$
iii. $\{(1, 1), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1), (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2), (4, 6), (5, 5), (6, 4), (6, 6)\}$
iv. $\{(1, 2), (2, 1), (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3), (6, 5), (5, 6)\}$
- (d) i. $\frac{1}{6}$
ii. $\frac{1}{12}$
iii. $\frac{1}{2}$
iv. $\frac{1}{2}$

Lösung zur Aufgabe 17

(3 Punkte)

(b)

$$P(A) = P((A \setminus B) \cup B) = P(A \setminus B) + P(B)$$

$$\Rightarrow P(A) - P(B) = P(A \setminus B)$$

(c)

$$P(A \cup B) = P((A \setminus (A \cap B)) \cup B)$$

$$= P(A \setminus (A \cap B)) + P(B)$$

$$= P(A) - P(A \cap B) + P(B)$$

Lösung zur Aufgabe 18

(3 Punkte)

Mit den Bezeichnungen aus der Vorlesung gilt $p = \frac{1}{5}, v = 2$.

(a) $v \cdot p = 2 \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$

(b)

$$p \cdot V_{14} = p \cdot v \cdot \sum_{i=0}^{14} p^i = p \cdot v \cdot \frac{1 - p^{15}}{1 - p}$$

$$= \frac{1}{5} \cdot 2 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{15}}{1 - \frac{1}{5}}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{15}\right)$$

$$\approx \frac{1}{2}$$

(c) Da jetzt das Zeitintervall zwischen den Injektionen nur noch halb so lange ist, ist es sinnvoll anzunehmen, dass auch nur die Hälfte der Substanz in dieser Zeit abgebaut wird. Also gilt $p = \frac{3}{5}$.

$$p \cdot V_{29} = p \cdot v \cdot \sum_{i=0}^{29} p^i = p \cdot v \cdot \frac{1 - p^{30}}{1 - p}$$

$$= \frac{3}{5} \cdot 2 \cdot \frac{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^{30}}{1 - \frac{3}{5}}$$

$$= 3 \cdot \left(1 - \left(\frac{3}{5}\right)^{30}\right)$$

$$\approx 3$$