Fachbereich Mathematik
M. Kohler / A. Fromkorth

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

WS 2007/08
10. Dezember 2007

9. Übungsblatt zur „Mathematik und Statistik für Biologen“

Aufgabe 31 (3 Punkte)

(a) Eine diskrete Zufallsgröße X heißt bernoulliverteilt mit Parameter $p \in (0,1)$, wenn gilt:

$$\mathbf{P}[X=1] = p, \text{ und } \mathbf{P}[X=0] = 1-p.$$

Bestimmen Sie den Erwartungswert einer bernoulliverteilten Zufallsvariablen mit Parameter $p \in (0,1)$.

(b) Sei $n \in \mathbb{N}$. Sind $X_1, \ldots, X_n$ bernoulliverteilte Zufallsvariablen mit Parameter p, so ist die Zufallsvariable $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$ binomialverteilt mit Parametern n und p. Bestimmen Sie den Erwartungswert der Zufallsvariablen Y.

Aufgabe 32 (3 Punkte)

Zehn perfekten Schützen stehen zehn unschuldige Enten gegenüber. Jeder Schütze wählt zufällig und unbeeinflusst von den anderen Schützen eine Ente aus, auf die er schießt. Sei X die zufällige Zahl überlebender Enten. Bestimmen Sie den Erwartungswert von X unter Verwendung der Darstellung

$$X = \sum_{i=1}^{n} X_i, \text{ wobei } X_i = \begin{cases} 1 & \text{, falls Ente } i \text{ überlebt} \\ 0 & \text{, falls Ente } i \text{ nicht überlebt} \end{cases}$$

Aufgabe 33 (3 Punkte)

Student S. vermutet, dass die zufällige Zeit (in Minuten), die Dozent K. bei seiner Statistik Vorlesung immer zu früh kommt, durch ein W–Maß beschrieben wird, dass eine Dichte der Form

$$f(x) = \begin{cases} \beta \cdot x & \text{für} \quad 0 \le x \le \alpha, \\ 0 & \text{für} \quad x < 0 \text{ oder } x > \alpha \end{cases}$$

besitzt. Hierbei sind $\alpha, \beta > 0$ Parameter der Dichte.

(a) Welche Beziehung muss zwischen α und β bestehen, damit f wirklich Dichte eines W–Maßes ist?

(b) Sei nun $\alpha = 4$ und $\beta = 1/8$. Wie groß ist – sofern f wirklich die zufällige Zeit beschreibt, die Dozent K. zu früh kommt – die Wahrscheinlichkeit, dass Dozent K.

i. weniger als zwei Minuten zu früh kommt?

ii. mehr als zehn Minuten zu früh kommt?

Aufgabe 34 (3 Punkte)

Die Exponentialverteilung hat die Dichtefunktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & , \text{ falls } x \geq 0 \\ 0 & , \text{ falls } x < 0 \end{cases},$$

wobei λ ein positiver Parameter ist. Sie wird häufig für die Beschreibung von Wartezeit verwendet.

(a) Berechnen Sie den Erwartungswert der Exponentialverteilung.
Hinweis: Sie dürfen verwenden, dass $x \mapsto \frac{e^{ax}(ax-1)}{a^2}$ eine Stammfunktion von $x \mapsto xe^{ax}$ ist.

(b) Die Zeit (in Stunden) zwischen Ankunft von Bienen auf einer Kirschblüte sei exponentialverteilt mit Parameter $\lambda = 0.3$. Wie wahrscheinlich ist es, dass die Blüte länger als drei Stunden auf die nächste Biene wartet? Eine Blüte ist insgesamt 20 Stunden offen, bevor sie verwelkt (gezählt werden nur Sonnenscheinstunden, wo die Bienen auch fliegen). Wie wahrscheinlich ist es, dass sie während dieser Zeit gar keinen Besuch bekommt?