



5. Übungsblatt zur „Mathematik und Statistik für Biologen“

Aufgabe 15

(3 Punkte)

Wir betrachten das Zufallsexperiment „Werfen zweier Würfel“. Anstelle der einzelnen Würfeleregebnisse wird jedoch jeweils deren Summe notiert. Die Durchführung ergab folgende Datenreihe (mit Stichprobenumfang 30):

6, 6, 9, 9, 7, 3, 6, 4, 7, 10, 4, 6, 7, 6, 8
6, 4, 2, 7, 11, 6, 7, 7, 3, 7, 7, 11, 9, 6, 9

- (a) Bestimmen Sie für die folgenden Ereignisse jeweils die relative Häufigkeit:
- „Die Summe der beiden Würfel ist 7.“
 - „Die Summe der beiden Würfel ist kleiner als 4.“
 - „Die Summe der beiden Würfel ist gerade.“
 - „Die Summe der beiden Würfel ist ungerade.“
- (b) i. Welche Grundmenge Ω liegt dem Experiment zugrunde?
ii. Beschreiben Sie in Worten das Ereignis mit der Ergebnismenge $\{10, 11, 12\}$

Aufgabe 16

(3 Punkte)

Wir betrachten noch einmal das Zufallsexperiment aus Aufgabe 15. Diesmal wählen wir als Grundmenge aber die Menge

$$\Omega = \{(1, 1), (1, 2), \dots, (1, 6), (2, 1), \dots, (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}.$$

- (a) Bestimmen Sie anhand von Symmetrieüberlegungen die Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten der Elementarereignisse.
- (b) Begründen Sie, dass für jede Teilmenge $A \subseteq \Omega$ gilt:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}.$$

Hierbei ist $|A|$ die Anzahl der Elemente der Menge A .

- (c) Formulieren Sie die in Aufgabe 15 (a) formulierten Ereignisse als Teilmengen von Ω .
- (d) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse aus Aufgabe 15 (a).

Aufgabe 17

(3 Punkte)

Ziel dieser Aufgabe ist es, die folgenden beiden Aussagen zu beweisen.

- Sei (Ω, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum mit $A, B \subseteq \Omega$ und $B \subseteq A$. Dann gilt

$$P(A \setminus B) = P(A) - P(B). \quad (1)$$

- Sei (Ω, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum mit $A, B \subseteq \Omega$. Dann gilt

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B). \quad (2)$$

- Veranschaulichen Sie beide Aussagen am Bild.
- Zeigen Sie (1).
- Zeigen Sie (2).

Aufgabe 18

(3 Punkte)

Einer Zelle werde jeden Tag 2 [ME] einer Substanz injiziert (immer zu Beginn des Tages). Die Zelle baut innerhalb eines Tages 80% der Substanz wieder ab.

- Wieviele Megeneinheiten der injizierten Substanz befinden sich am Ende des ersten Tages (unmittelbar vor der erneuten Aufnahme der Substanz) in der Zelle.
- Wieviele Mengeneinheiten der injizierten Substanz befinden sich am Ende des 15. Tages in der Zelle.
- Was ändert sich an der Rechnung bei Aufgabenteil (b), wenn jeden Tag zweimal die Substanz injiziert wird (alle 12 Stunden). Welches Ergebnis erhalten sie jetzt für die Menge der injizierten Substanz am Ende des 15. Tages.