



11. Übungsblatt zur „Mathematik und Statistik für Biologen“

Aufgabe 39

Oftmals sind anstelle der Werte der Verteilungsfunktion sogenannte Fraktile der Verteilung in Tabellen dargestellt. Das α -Fraktile einer Verteilung, deren Verteilungsfunktion F streng monoton und stetig ist, ist der Wert $q_\alpha \in \mathbb{R}$ für den gilt:

$$F(q_\alpha) = 1 - \alpha.$$

- (a) Ermitteln Sie näherungsweise die α -Fraktile der Standardnormalverteilung für $\alpha = 0.05$, $\alpha = 0.025$, $\alpha = 0.01$ und $\alpha = 0.005$ anhand der Tabelle der Funktionswerte der Standardnormalverteilungsfunktion.
- (b) Bestimmen Sie für die t-Verteilung mit 10 Freiheitsgraden die Werte β und q_β so, dass gilt

$$\mathbf{P}[X \leq q_\beta] = 0.95.$$

Bemerkung: Mithilfe der Fraktile kann man unter anderem Konfidenzintervalle berechnen. Denn für eine Zufallsvariable X mit stetiger Verteilungsfunktion F gilt

$$\mathbf{P}[X \leq q_\alpha] = 1 - \alpha.$$

Insbesondere gilt für stetige Verteilungsfunktionen mit einer zur x -Achse symmetrischen Dichte (wie z.B. t-Verteilung und Standardnormalverteilung), dass

$$\mathbf{P}[|X| \leq q_{\frac{\alpha}{2}}] = 1 - \alpha.$$

Aufgabe 40

Ward und Quinn sammelten Eikapseln der Raubschneckenart "Ipsicola vinosa" in unterschiedlichen Gebieten einer felsigen Gezeitenküste. Untersucht wurden Unterschiede bei der Fruchtbarkeit der Schneckenart in den verschiedenen Gebieten. In einem bestimmten Gebiet wurden 37 Eikapseln gesammelt. Bei den in diesem Gebiet gesammelten Kapseln lag die durchschnittliche Anzahl der Eier pro Kapsel bei 8.07 bei einer empirischen Standardabweichung von 2.03. Aufgrund weiterer Untersuchungen können wir davon ausgehen, dass die empirische Standardabweichung mit der wirklichen Standardabweichung übereinstimmt. Bestimmen Sie mit Hilfe tabellierten Werte der Standardnormalverteilungsfunktion das zugehörige zweiseitige Konfidenzintervall für die Anzahl der Eier pro Eikapsel zum Konfidenzniveau 0.95.

Aufgabe 41

Furness und Bryant untersuchten den Energiehaushalt brütender Eissturmvögel (*Fulmar glacialis*) auf den Shetlandinseln. Unter anderem zeichneten Sie zahlreiche Charakteristika von einzeln gekennzeichneten männlichen und weiblichen Eissturmvögeln auf; erfasst wurde auch die Stoffwechselrate. Dabei ergab sich bei den 8 untersuchten männlichen Vögeln eine mittlere Stoffwechselrate

von 1563.78 bei einer empirischen Standardabweichung von 894.37. Bestimmen Sie das zweiseitige Konfidenzintervall für die Stoffwechselrate zum Konfidenzniveau 0.95 mit Hilfe einer geeigneten t-Verteilung.

Werte der Standardnormalverteilungsfunktion

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$\Phi(x)$	0.5	0.5398	0.5793	0.6179	0.6554	0.6915	0.7257	0.7580	0.7881	0.8159
x	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
$\Phi(x)$	0.8413	0.8643	0.8849	0.9032	0.9192	0.9332	0.9452	0.9554	0.9641	0.9713
x	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8
$\Phi(x)$	0.9773	0.9861	0.9918	0.9953	0.9974	0.9987	0.9993	0.9997	0.9998	0.9999

Fraktile der t-Verteilung mit k Freiheitsgraden ($t_{\alpha,k}$)

Freiheitsgrade k	Wahrscheinlichkeit α			
	0.05	0.025	0.01	0.005
1	6.31	12.7	31.82	63.7
2	2.92	4.30	6.97	9.92
3	2.35	3.18	4.54	5.84
4	2.13	2.78	3.75	4.60
5	2.01	2.57	3.37	4.03
6	1.94	2.45	3.14	3.71
7	1.89	2.36	3.00	3.50
8	1.86	2.31	2.90	3.36
9	1.83	2.26	2.82	3.25
10	1.81	2.23	2.76	3.17
11	1.80	2.20	2.72	3.11
12	1.78	2.18	2.68	3.05
13	1.77	2.16	2.65	3.01
14	1.76	2.14	2.62	2.98
15	1.75	2.13	2.60	2.95
16	1.75	2.12	2.58	2.92
17	1.74	2.11	2.57	2.90
18	1.73	2.10	2.55	2.88
19	1.73	2.09	2.54	2.86
20	1.73	2.09	2.53	2.85

Verteilungsfunktion der t-Verteilung mit 7 Freiheitsgraden

x	1.42	1.89	2.36	3.0	3.5
$F(x)$	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995

Verteilungsfunktion der t-Verteilung mit 8 Freiheitsgraden

x	1.4	1.86	2.31	2.9	3.36
$F(x)$	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995