



## 12. Übungsblatt zur „Mathematik III für MB/MPE, LaB/WFM, VI, WI/MB“

### Gruppenübung

#### Aufgabe G39 (Klassifikation)

Entscheiden Sie, ob die folgenden Differenzialoperatoren elliptisch, hyperbolisch oder parabolisch sind:

- a)  $L_1 u = u_{xx} + u_{xy} + u_{yy}$
- b)  $L_2 u = 4u_{xx} - 8u_{xy} - 2u_{yy}$
- c)  $L_3 u = u_{xx} + 4u_{xy} + 4u_{yy}$
- d)  $L_4 u = yu_{xx} + 2u_{yy}$

#### Aufgabe G40 (Klassifikation)

Gegeben seien die Differenzialgleichungen

- a)  $u_x + 3u_x u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} x^2 u = 2u_x + 3$
- b)  $u_{xx} + u_{xy} - 2u_{yy} = 0$
- c)  $(x - y)^2 u_{yy} - 3u_{xy} + x^4 u_x = 0$

Entscheiden Sie, ob die Differenzialgleichungen linear, semilinear oder quasilinear sind.

#### Aufgabe G41 (Standardform)

Transformieren Sie die Differenzialgleichung

$$4u_{xx} - 8u_{xy} - 2u_{yy} + 3u_x = 0$$

auf Standardform, indem Sie das Lösungsschema auf Folie 236ff verwenden.

#### Aufgabe G42 (Lineare partielle DGL)

Lösen Sie die partielle Differenzialgleichung

$$v_t = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} v_x, \quad v(x, 0) = \begin{pmatrix} x \\ \cos(x) \end{pmatrix}, \quad x \in \mathbb{R}$$

mittels Transformation der Matrix in Diagonalgestalt.

# Hausübung

## Aufgabe H37 (Klassifikation)

Entscheiden Sie, ob die folgenden Differenzialoperatoren elliptisch, hyperbolisch oder parabolisch sind:

a)  $L_1 u = 3u_{xx} - 2u_{yy} + 5u_{xy}$

b)  $L_2 u = -2u_{xx} + 3u_{yy}$

c)  $L_3 u = 8u_{xx} + 8u_{xy} + 2u_{yy}$

d)  $L_4 u = xu_{xx} - 4u_{xy} + 4u_{yy}$

## Aufgabe H38 (Standardform)

Transformieren Sie die Differenzialgleichung

$$u_{xx} + u_{xy} - 2u_{yy} = 0$$

auf Standardform.

## Aufgabe H39 (Inhomogene Transportgleichung)

Lösen Sie die inhomogene Transportgleichung

$$w_t - w_x = (x + t)^2, \quad w(x, 0) = e^x.$$

Überprüfen Sie Ihre Lösung anschließend.