Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. J. Lang
Dipl.-Math. C. Schönberger
Dipl.-Math. L. Kamenski

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

WS 2007/08
26.Oktober 2007

2. Übungsblatt zur „Mathematik III für MB/MPE, LaB/WFM, VI, WI/MB“

Gruppenübung

Aufgabe G4 (Trennung der Variablen und Ähnlichkeitsdifferentialgleichung)

(a) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = e^y, y(0) = 0$$

durch Trennung der Veränderlichen und überprüfen Sie Ihre Lösung anschließend.

(b) Bestimmen Sie die Lösung der folgenden Differentialgleichung für $x > 0$:

$$y' = \left(1 + \frac{y}{x}\right)^2 - \frac{y}{x}.$$

Aufgabe G5 (Lineare Differentialgleichung)

Gegeben sei die lineare Differentialgleichung

$$y' = \frac{3}{1+x} y + 3(1+x), \qquad x > -1.$$

a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.

b) Ermitteln Sie eine partikuläre Lösung der inhomogenen Differentialgleichung durch Variation der Konstanten.

c) Wie lautet die allgemeine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung?

Aufgabe G6 (Bernoullische Differentialgleichung)

Gegeben sei die Bernoullische Differentialgleichung

$$y' - 6y \sin(x) + 3y^4 \sin(x) = 0, \quad y(0) = 1.$$

Wie lautet die Lösung des Anfangswertproblems?

Hausübung

Aufgabe H4 (Lineare Differentialgleichung)

Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Differentialgleichungen. Welche Lösung erfüllt jeweils die Anfangsbedingung $y(1) = 2$?

(a) $y'(x) = ax^2 y(x) \qquad$ mit einer Konstanten $a \in \mathbb{R}$

(b) $y'(x) = \dfrac{3}{1+x^3} - \dfrac{3x^2}{1+x^3} y(x) \qquad$ für $x > 0$

Aufgabe H5 (Substitution als hilfreicher Trick zum Lösen von DGln)

Bestimme die Lösungen der folgenden Differentialgleichungen:

(a)

$$y'(x) = \frac{y^2 + x^2}{xy}, \quad x > 0, y(1) = 1 \tag{1}$$

Tipp: Forme die Differentialgleichung in eine Ähnlichkeits-Differentialgleichung um!

(b)

$$y'(x) = 2 - \frac{e^{(2x-y+3)^2}}{2x - y + 3} \tag{2}$$

Tipp: Finde eine geeignete Substitution, so dass Variablentrennung möglich wird!

Aufgabe H6 (Bernoullische Differentialgleichung)

Gegeben sei die Bernoullische Differentialgleichung

$$y'(x) + \frac{1}{4} y(x) + \frac{1}{4} x e^x (y(x))^5 = 0, \qquad y(0) = \frac{1}{2}$$

(a) Führen Sie eine geeignete Substitution durch, so dass Sie eine lineare Differentialgleichung erhalten.

(b) Wie lautet die Lösung des Anfangswertproblems?

Abgabe der Hausübungen: Freitag, 2. November 2007