Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Steffen Roch
Dipl. Math. Sarah Drewes
Dipl. Inf. Jens Mehnert

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
WS 07/08
28.11.2007

5. Übungsblatt zur „Mathematik I für ET, WI(ET), SpoInf, iST, BEd.ET, CE, Mechatronik“

Gruppenübung

Aufgabe G18 (Horner-Schema)

a) Werten Sie das Polynom

$$P(x) = x^3 + 4x^2 - 4x + 7$$

mit dem Horner-Schema an den Stellen $x_1 = 1$ und $x_2 = -2$ aus!

b) Ist $x_3 = 4$ Nullstelle des Polynoms

$$Q(x) = 3x^4 - x^3 + 7x^2 - 12 \text{ ?}$$

Geben Sie ein Polynom R an, so daß

$$Q(x) = (x-4)R(x) + Q(4)$$

gilt!

Aufgabe G19 (Stetigkeit von Funktionen)

Skizzieren Sie die Funktion $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} -x & \text{für } x < -2 \\ x^2 & \text{für } -2 \leq x \leq 1 \\ x & \text{für } x > 1\ . \end{cases}$$

An welchen Stellen $x \in \mathbf{R}$ ist die Funktion f stetig?

Aufgabe G20 (Stetigkeit von Funktionen)

Zeigen Sie, daß die folgenden Funktionen stetig sind! Überprüfen Sie jeweils, ob die Funktionen stetig auf ganz $\mathbb{R}$ fortsetzbar sind!

1. $f(x) = \dfrac{(x^2-9)(4-x^2)}{x^2+x-6}, \quad x \in \mathbb{R}\backslash\{-3, 2\}$

2. $f(x) = x \cdot \sin\left(\dfrac{1}{x}\right), \quad x \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$

Aufgabe G21 (Mengenlehre)

Die symmetrische Differenz zweier Teilmengen A, B einer Menge M ist definiert als

$$A \oplus B := (A\backslash B) \cup (B\backslash A).$$

Zeigen Sie, dass für zwei Teilmengen A, B einer Menge M gilt:

(a) **Kommutativität:** $A \oplus B = B \oplus A$,

(b) **Neutrales Element:** $A \oplus \emptyset = A$,

(c) **Inverse Elemente:** $A \oplus A = \emptyset$,

(**Hinweis:** $A\backslash B = A \cap B^c$)

Hausübung

Aufgabe H14 (Mengenlehre [4+3 Punkte])

Gegeben sei die symmetrische Differenz zweier Teilmengen $A,\ B$ und einer Menge M, wie oben in der Gruppenübung. Rechnen Sie aus:

(a) $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$

(b) $A \cap (B \oplus C) = (A \cap B) \oplus (A \cap C)$

Aufgabe H15 (Horner-Schema [4 Punkte])

Rechnen Sie nach, ob $x \in \{2, 3, 4, 5\}$ Nullstellen des Polynoms

$$p(x) = x^4 - 2x^3 - 25x^2 + 26x + 120$$

sind.

Aufgabe H16 (Stetigkeit von Funktionen [3+2 Punkte])

Zeigen Sie, daß die folgenden Funktionen stetig sind! Überprüfen Sie jeweils, ob die Funktionen stetig auf ganz $\mathbb{R}$ bzw. auf $[-1, 1]$ fortsetzbar sind!

1. $f(x) = \dfrac{x^3+4x^2+5x+2}{x^3+x^2-x-1}, \quad x \in \mathbb{R}\backslash\{1, -1\}$

2. $f(x) = \dfrac{\sin(x)}{\sqrt{1-\cos(x)}}, \quad x \in [-1,1]\backslash\{0\}$

Aufgabe H17 (Polynomdivision oder Horner-Schema [4 Punkte])

Finden Sie die ganzzahligen Nullstellen des Polynoms

$$p(x) = x^4 - 5x^2 + 4.$$

Beachten Sie dabei, dass die ganzzahligen Nullstellen teiler des Absolutglied sein müssen.