



## 2. Übungsblatt zur „Mathematik I für ETiT, WI(ET), SpoInf, Ikt, IST, LaB-ET, CE, EPE“

### Gruppenübung

#### Aufgabe G5 (Maximum und Minimum)

Bestimmen Sie für die folgenden Mengen, sofern existent, Infimum und Supremum sowie Maximum und Minimum und entscheiden Sie, ob die Mengen beschränkt sind:

- (a)  $A = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x \leq 1\}$ ,
- (b)  $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 2\}$ ,
- (c)  $C = \{x \in \mathbb{R} : x \in \mathbb{Q} \text{ und } x^2 \leq 2\} \cup \{x \in \mathbb{R} : x < 0\}$ .

#### Aufgabe G6 (Beträge und Ungleichungen)

Skizzieren Sie die folgenden Mengen auf der Zahlengeraden.

- (a)  $M = \{x \in \mathbb{R} : |2x - 3| \leq 5\}$ ,
- (b)  $M = \{x \in \mathbb{R} : |2x + 1| > 3\}$ ,
- (c)  $M = \{x \in \mathbb{R} : |2x - 3| \leq 5 \text{ und } |2x + 1| > 3\}$ ,
- (d)\*  $M = \{x \in \mathbb{R} : \left| |x| - 3 \right| \leq 2\}$ ,
- (e)\*  $M = \{x \in \mathbb{R} : |2x - 3| \leq 5 \text{ oder } \left| |x| - 3 \right| \leq 2\}$ .

#### Aufgabe G7 (Komplexe Zahlen)

Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil sowie Betrag und Argument der folgenden komplexen Zahlen mit  $z_1 = 1 + 2i$  und  $z_2 = 2 - 3i$ .

- (a)  $z_3 = \overline{z_1} \cdot z_2$
- (b)  $z_4 = \frac{z_1}{z_2}$

### Aufgabe G8 (Gaußsche Zahlenebene)

Skizzieren Sie die folgenden Teilmengen der Gaußschen Zahlenebene:

- (a)  $|z - 1| < 2$ ,
- (b)  $|z - 1| = |z - i|$ ,
- (c)  $|\operatorname{Im}(z)| = 1$ ,
- (d)  $\operatorname{Im}(z) \geq 2$ .

### Aufgabe G9 (Komplexe Zahlen)

(a) Bestimmen Sie die Lösung  $z \in \mathbb{C}$  der folgenden Gleichung:

$$(3 + i) \cdot z - \frac{1}{i} = 2 + 3i.$$

- (b) Berechnen Sie  $z = (1 + i)^{20}$ .
- (c) Bestimmen Sie alle  $z \in \mathbb{C}$  mit  $z^4 = -1$ .

## Hausübung

### Aufgabe H4 (Beträge und Ungleichungen (2+2+2 Punkte))

Bestimmen Sie für die Mengen  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$  und  $\mathbb{R}$  die Lösungsmenge von

- (a)  $7x + 8 = 3x$ ,
- (b)  $|3x + 2| = 5$ ,
- (c)  $|x + 3| + |x - 3| < 10$ .

### Aufgabe H5 (Komplexe Zahlen (5 Punkte))

Bestimmen Sie die Lösung  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$  des folgenden Gleichungssystems:

$$\begin{aligned} (1 + i)z_1 + (1 - i)z_2 &= 3 + i \\ (1 - i)z_1 + 3iz_2 &= -3 - 2i \end{aligned}$$

### Aufgabe H6 (Komplexe Zahlen (3+3+3 Punkte))

(a) Bestimmen Sie die Polarkoordinaten von  $-7i$  und  $(1 - i)^{100}$  und berechnen Sie alle Lösungen der Gleichungen

$$z^4 = -7i, \quad z^{100} = (1 - i)^{100}.$$

(b) Berechnen Sie für  $z_1 = 2 - 3i$ ,  $z_2 = -1 + 5i$  und  $z_3 = \cos(\varphi) + i \sin(\varphi)$  mit  $\varphi \in \mathbb{R}$  beliebig den Ausdruck

$$\frac{z_1}{z_2} \cdot z_3^3.$$

(c) Skizzieren Sie den Bereich der komplexen Zahlenebene, der durch folgende Ungleichung beschrieben wird:

$$|z + 3 - i| \geq 1, \quad z \in \mathbb{C}.$$