

Statistik 1 für WInf, WI(MB), WI(ET), WI(BI), Übung 2

Gruppenübung

G 3 Kontingenztabelle

In einem Experiment zur Wirkung von Alkohol auf die Reaktionszeit wurden insgesamt 400 Versuchspersonen zufällig in zwei Gruppen aufgeteilt. Eine der beiden Gruppen erhielt dabei eine standardisierte Menge Alkohol. Abschließend ergab sich die folgende Kontingenztabelle:

	Reaktion			
	gut	mittel	stark verzögert	
ohne Alkohol	120	60	20	
mit Alkohol	60	100	40	

- Bestimmen Sie die Randhäufigkeiten dieser Kontingenztabelle, und interpretieren Sie diese, soweit dies sinnvoll ist.
- Bestimmen Sie diejenige bedingte relative Häufigkeitsverteilung, die sinnvoll interpretierbar ist.
- Bestimmen Sie den χ^2 - und den Kontingenzkoeffizienten.

G 4 Lineare Regression

Gegeben sei die zweidimensionale Messreihe $(0, c), (1, 1), (2, 0)$ mit $c \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie in Abhängigkeit von c die Regressionsgerade.

Für welches $c \in \mathbb{R}$ liegt der erste Punkt auf der Regressionsgeraden? Fertigen Sie für diesen Fall und für den Fall $c = -1$ jeweils eine Skizze an.

G 5 Laplace-Wahrscheinlichkeit, Kombinatorik

- In einer Urne befinden sich 15 Kugeln – 4 weiße, 5 schwarze und 6 rote. Nach gründlichem Mischen werden 5 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich unter den gezogenen Kugeln
 - keine weiße Kugel befindet,
 - genau zwei schwarze Kugeln befinden,
 - ebensoviele schwarze wie rote Kugeln befinden.
- Eine Gruppe von 5 Studenten trifft in der Mensa auf einen Öffentlichkeitsarbeiter. Dieser verteilt unter ihnen 5 (ununterscheidbare) Werbegeschenke.

Da einige der Studenten schubsen und drängeln, kann es passieren, dass manche von ihnen mehrere bzw. andere kein Werbegeschenk erhalten. Wieviele Möglichkeiten gibt es, die Werbegeschenke auf die 5 Studenten zu verteilen.

Hausübung

H 5 Kontingenztabelle

100 weibliche Patienten sind mit einer konventionellen Therapie behandelt worden. 85 Patientinnen wurden geheilt, 15 sind gestorben. Von 81 Patientinnen, die mit einer neuen Therapie behandelt wurden, konnten 77 geheilt entlassen werden, 4 sind gestorben.

- Stellen Sie aus den genannten Häufigkeiten eine 2x2-Kontingenztabelle auf.
- Ist die Heilungschance der Patientin unabhängig von der angewandten Therapie?
- Berechnen Sie den Chi-Quadrat- und den (normierten) Kontingenzkoeffizienten. Unter welcher Bedingung erreicht der Kontingenzkoeffizient seinen größten Wert?

H 6 Korrelationskoeffizient

Zeigen Sie, dass der empirische Korrelationskoeffizient bis auf Vorzeichenwechsel invariant gegenüber linearen Transformationen der Daten ist, d.h.:

Sind $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ und $(u_1, v_1), \dots, (u_n, v_n)$ zweidimensionale Messreihen mit

$$u_i = a \cdot x_i + b, \quad v_i = c \cdot y_i + d, \quad i = 1, \dots, n,$$

für Zahlen $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ mit $a \cdot c \neq 0$, so gilt für die jeweiligen empirischen Korrelationskoeffizienten

$$r_{uv} = \begin{cases} r_{xy} & \text{falls } a \cdot c > 0, \\ -r_{xy} & \text{falls } a \cdot c < 0. \end{cases}$$

H 7 Nichtlineare Regression

Eine Messung der Periodendauer T der Schwingung eines Fadenpendels in Abhängigkeit von dessen Länge L ergab folgende Messwerte:

L in Metern	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
T in Sekunden	0.9	1	1.3	1.4	1.5	1.7	1.8	1.9	2

Stellen Sie die Daten als Punktwolke dar! Nehmen Sie einen Zusammenhang der Form $T = a \cdot L^b$ an und bestimmen Sie diejenigen Parameter a und b , für welche sich der zugehörige Funktionsgraph am besten der gegebenen Punktwolke anpasst, indem Sie die Daten geeignet transformieren und das Problem auf eine lineare Regression zurückführen.

Es ist empfehlenswert für diese Aufgabe Excel o.ä. zu verwenden.

H 8 Laplace-Wahrscheinlichkeit

Ein Skatspiel besteht aus 32 Karten, vier davon heißen Buben. Nach dem Mischen

der Karten erhalten die drei Spieler jeweils 10 Karten, die übrigen zwei Karten bilden den Skat. Andreas, Bettina und Claudia spielen Skat.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

- a) Es liegen genau zwei Buben im Skat.
- b) Claudia hat genau einen Buben.
- c) Claudia hat mindestens zwei Buben
- d) Man nehme nun an, dass Claudias Karten schon ausgeteilt wurden und dass darunter genau ein Bube war. Wie groß ist jetzt die Wahrscheinlichkeit, dass Andreas genau einen Buben erhält?
- e) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass jeder Spieler genau einen Buben hat?