Fachbereich Mathematik
Prof. A. Martin
Annabell Berger, Nicole Nowak

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Wintersemester 2007/2008
7./8. November

3. Übungsblatt zur „Mathematik I für BI, MaWi, WI(BI), AngGeo“

Gruppenübung

Aufgabe G7 (Gerade im $\mathbb{R}^2$)

Gegeben sind die Punkte $P_1(1,2)$, $P_2(4,1)$ und $P_3(1,3)$. Geben Sie die Gleichung für die Gerade durch die Punkte P_1 und P_2 in ihrer Parameterdarstellung und in ihrer Hesse-Normalform an. Berechnen Sie den Abstand des Punktes P_3 von dieser Geraden.

Aufgabe G8 (Polarkoordinaten)

In der Vorlesung haben Sie bereits die Menge der Punkte auf einem Kreis mit Hilfe von Polarkoordinaten charakterisiert. In dieser Aufgabe wollen wir die Menge der Punkte auf einer Ellipse mit Hilfe von Polarkoordinaten darstellen.

(a) Fertigen Sie zunächst eine für Sie hilfreiche Skizze an und machen Sie sich klar, welche Größen Sie für die Darstellung in Polarkoordinaten suchen.

(b) Im Gegensatz zum Kreis, ist der Abstand eines Punktes auf der Ellipse zum Ursprung nicht immer gleich groß. Bestimmen Sie diesen Abstand r in Abhängigkeit vom Winkel φ. Hier ist es hilfreich sich zunächst die Koordinaten eines Punktes auf der Ellipse mit Hilfe des Winkels φ und des Abstands r darzustellen.

(c) Fassen Sie nun alle gewonnenen Informationen zur Beschreibung der Ellipse als Menge zusammen.

Aufgabe G9 (Skalarprodukt)

Wir betrachten die zweite Rechenregel für das Skalarprodukt (vgl. Skript S.33).

(a) Welche Multiplikation (Zahl mal Zahl(zz), Zahl mal Vektor(zv), Vektor mal Vektor(vv)) wird an welcher Stelle in der Gleichungskette durchgeführt? Markieren Sie die jeweiligen Multiplikationen unterschiedlich. Wie Sie das tun, ist Ihnen überlassen.

(b) Zeigen Sie, dass diese Rechenregel für das Skalarprodukt im $\mathbb{R}^2$ wirklich gilt.

Hausübung

Aufgabe H7 (Polarkoordinaten) (5 Punkte)

Geben Sie für die folgenden drei Punkte in gewöhnlichen Koordinaten die Polarkoordinaten an: $(-3, 0)$, $(-2, 1)$, $(-2, -4)$.

Geben Sie umgekehrt für die folgenden zwei Punkte in Polarkoordinaten die gewöhnlichen Koordinaten an: $(5, \frac{\pi}{2})$, $(\sqrt{18}, \frac{7\pi}{4})$.

Aufgabe H8 (Ebenen) (5 Punkte)

Gegeben seien die beiden Ebenen E_1 und E_2. Die Ebenengleichung für E_1 ist $2x + y - 3z = 5$. Die Ebene E_2 ist dadurch charakterisiert, dass die Punkte $P_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $P_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $P_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$ in der Ebenen liegen.

(a) Berechnen Sie den Abstand der Ebenen zum Ursprung.

(b) Sind die beiden Ebenen parallel ? Sind die Ebenen gleich? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe H9 (Skalarprodukt) (5 Punkte)

(a) Welche Bedeutung könnte der Multiplikationspunkt im Ausdruck $\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}$ jeweils haben? Erhält man immer dasselbe Ergebnis?

(b) Zeigen Sie, dass für das Skalarprodukt im $\mathbb{R}^2$ gilt $\vec{a} \cdot \vec{a} \geq 0$.
Zeigen Sie weiterhin $\vec{a} \cdot \vec{a} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$.