



Mathematik I für BI, WIBI, MaWi und GEO, Übung 13

Gruppenübung

G 37 Gegeben sei das Polynom

$$p(x) = x^5 + 3x^4 + x + 7.$$

Berechnen Sie mit der Hilfe von Taylorreihen alle k -ten Ableitungen des Polynoms p an der Stelle $x_0 = 1$. Benutzen Sie dazu das Horner-Schema.

G 38 Bestimmen Sie für folgende Potenzreihen den Konvergenzradius R . Entscheiden und begründen Sie dann, ob die Potenzreihen für $x = R$ konvergieren.

- a) $\sum_{k=1}^{\infty} k^2 x^k$,
- b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^{5k+1}}{1+2^k}$,
- c) $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(x-5)^{2k+1}}{2k+1}$.

G 39 a) Zeigen Sie, dass

$$\sum_{k=1}^{\infty} k^2 x^k = \frac{x + x^2}{(1-x)^3}$$

gilt für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x| < 1$. (Hinweis: Partialbruchzerlegung)

b) Berechnen Sie $\int \frac{x+x^2}{(1-x)^3}$ für $|x| < 1$, indem Sie $\sum_{k=1}^{\infty} k^2 x^k$ integrieren.

Mathematik I für BI, WIBI, MaWi und GEO
Übung 13, Lösungsvorschlag

Gruppenübung

G 37 Gegeben sei das Polynom

$$p(x) = x^5 + 3x^4 + x + 7.$$

Berechnen Sie mit der Hilfe von Taylorreihen alle k -ten Ableitungen des Polynoms p an der Stelle $x_0 = 1$. Benutzen Sie dazu das Horner-Schema.

G 38 Bestimmen Sie für folgende Potenzreihen den Konvergenzradius R . Entscheiden und begründen Sie dann, ob die Potenzreihen für $x = R$ konvergieren.

- a) $\sum_{k=1}^{\infty} k^2 x^k$,
- b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^{5k+1}}{1+2^k}$,
- c) $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(x-5)^{2k+1}}{2k+1}$.

G 39 a) Zeigen Sie, dass

$$\sum_{k=1}^{\infty} k^2 x^k = \frac{x + x^2}{(1-x)^3}$$

gilt für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x| < 1$. (Hinweis: Partialbruchzerlegung)

b) Berechnen Sie $\int \frac{x+x^2}{(1-x)^3}$ für $|x| < 1$, indem Sie $\sum_{k=1}^{\infty} k^2 x^k$ integrieren.