



Mathematik I für BI, WIBI, MaWi und GEO, Übung 12

Gruppenübung

G 34 Berechnen Sie $\int \frac{x^4+4x^3+3x^2+3x+2}{x^3(x+1)} dx$.

G 35 Untersuchen Sie die folgenden Integrale auf Konvergenz. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

a) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+t^2} dt$,

b) $\int_0^{\infty} e^{-t} dt$.

G 36 a) Dreht man die Ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

um die x -Achse, so erhält man ein Rotationsellipsoid. Berechnen Sie sein Volumen.

b) Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht, wenn Sie die Funktion $f(x) = |x|$ im Intervall $[-1, 1]$ um die x -Achse drehen.

Hausübung

H 34 Berechnen Sie

$$\int \frac{1 + e^t}{1 - e^t} dt.$$

H 35 Gegeben sei der feste Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$. Konvergiert der Term

$$\int_a^b \frac{1}{t - \alpha} dt$$

für $a < \alpha < b$? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Tun Sie nun fälschlicherweise so, als sei der Ausdruck kein uneigentliches Integral und integrieren Sie stur. Was stellen Sie fest?

H 36 Wieviele der folgenden Reihen konvergieren? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k^2+3k}{5k^2}$

b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} (-1)^k$

c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)}$

d) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k}}$

e) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k+3}{4^k}$

Mathematik I für BI, WIBI, MaWi und GEO

Übung 12, Lösungsvorschlag

Gruppenübung

G 34 Berechnen Sie $\int \frac{x^4+4x^3+3x^2+3x+2}{x^3(x+1)} dx$.

G 35 Untersuchen Sie die folgenden Integrale auf Konvergenz. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

a) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+t^2} dt$,

b) $\int_0^{\infty} e^{-t} dt$.

G 36 a) Dreht man die Ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

um die x -Achse, so erhält man ein Rotationsellipsoid. Berechnen Sie sein Volumen.

b) Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht, wenn Sie die Funktion $f(x) = |x|$ im Intervall $[-1, 1]$ um die x -Achse drehen.

Hausübung

H 34 Berechnen Sie

$$\int \frac{1 + e^t}{1 - e^t} dt.$$

H 35 Gegeben sei der feste Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$. Konvergiert der Term

$$\int_a^b \frac{1}{t - \alpha} dt$$

für $a < \alpha < b$? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Tun Sie nun fälschlicherweise so, als sei der Ausdruck kein uneigentliches Integral und integrieren Sie stur. Was stellen Sie fest?

H 36 Wieviele der folgenden Reihen konvergieren? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k^2+3k}{5k^2}$

b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} (-1)^k$

c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)}$

d) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k}}$

e) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k+3}{4^k}$