



## Mathematik I für BI, WIBI, MaWi und GEO, Übung 10

### Gruppenübung

**G 28** Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte mit der Regel von de L'Hospital. Zeigen Sie zuerst, dass Sie diese Regel jeweils anwenden dürfen.

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - x}{x - \sin(x)},$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x},$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^x.$

Hinweis: Bestimmen Sie zuerst  $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x^x)$ . Beachten Sie dann, dass wegen der Stetigkeit von  $\ln$  für  $x > 0$  gilt:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x^x) = \ln(\lim_{x \rightarrow 0} x^x).$$

**G 29** Gegeben sei die Funktion  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 1}$ . Führen Sie eine Kurvendiskussion durch wie im Skript auf Seite 158.

**G 30** Betrachten Sie ein quadratisches Stück Tonpapier mit Seitenlänge  $a > 0$ . An den Ecken sollen Sie vier Quadrate der Seitenlänge  $x > 0$  ausschneiden, um eine (nach oben offene) Schachtel zu falten. Diese Schachtel soll den maximal möglichen Volumeninhalt besitzen. Welchen Wert muss  $x$  annehmen?

### Hausübung

**H 28** Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte mit der Regel von de L'Hospital. Zeigen Sie zuerst, dass Sie diese Regel jeweils anwenden dürfen.

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x},$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5}{2^x},$

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x}},$

Hinweis: Bestimmen Sie zuerst  $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x^{\frac{1}{x}})$ . Beachten Sie dann, dass wegen der Stetigkeit von  $\ln$  für  $x > 0$  gilt:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln(x^{\frac{1}{x}}) = \ln(\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x}}).$$

**H 29** Gegeben sei die Funktion  $f(x) = \frac{(x-1)^3}{(x+1)^2}$ . Führen Sie eine Kurvendiskussion durch wie im Skript auf Seite 158.

**H 30** Zwei Wanderer wollen sich am Punkt  $(x, 0)$  treffen. Der erste Wanderer startet am Punkt  $(1, 2)$  und läuft mit einer Geschwindigkeit von 2 Einheiten. Der andere Wanderer beginnt seine Wanderung am Punkt  $(2, 1)$  und läuft mit einer Geschwindigkeit von 1 Einheit. Wie muss  $x$  gewählt werden, damit die Wartezeit nach Eintreffen im Treffpunkt minimal ist? Wenn es mehrere Treffpunkte gibt, bestimmen Sie den Treffpunkt mit der kürzesten Wanderzeit.

# Mathematik I für BI, WIBI, MaWi und GEO

## Übung 10, Lösungsvorschlag

### Gruppenübung

**G 28** Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte mit der Regel von de L'Hospital. Zeigen Sie zuerst, dass Sie diese Regel jeweils anwenden dürfen.

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - x}{x - \sin(x)},$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x},$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^x.$

Hinweis: Bestimmen Sie zuerst  $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x^x)$ . Beachten Sie dann, dass wegen der Stetigkeit von  $\ln$  für  $x > 0$  gilt:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x^x) = \ln(\lim_{x \rightarrow 0} x^x).$$

**G 29** Gegeben sei die Funktion  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 1}$ . Führen Sie eine Kurvendiskussion durch wie im Skript auf Seite 158.

**G 30** Betrachten Sie ein quadratisches Stück Tonpapier mit Seitenlänge  $a > 0$ . An den Ecken sollen Sie vier Quadrate der Seitenlänge  $x > 0$  ausschneiden, um eine (nach oben offene) Schachtel zu falten. Diese Schachtel soll den maximal möglichen Volumeninhalt besitzen. Welchen Wert muss  $x$  annehmen?

### Hausübung

**H 28** Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte mit der Regel von de L'Hospital. Zeigen Sie zuerst, dass Sie diese Regel jeweils anwenden dürfen.

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x},$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5}{2^x},$

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x}},$

Hinweis: Bestimmen Sie zuerst  $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln(x^{\frac{1}{x}})$ . Beachten Sie dann, dass wegen der Stetigkeit von  $\ln$  für  $x > 0$  gilt:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln(x^{\frac{1}{x}}) = \ln(\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x}}).$$

**H 29** Gegeben sei die Funktion  $f(x) = \frac{(x-1)^3}{(x+1)^2}$ . Führen Sie eine Kurvendiskussion durch wie im Skript auf Seite 158.

**H 30** Zwei Wanderer wollen sich am Punkt  $(x, 0)$  treffen. Der erste Wanderer startet am Punkt  $(1, 2)$  und läuft mit einer Geschwindigkeit von 2 Einheiten. Der andere Wanderer beginnt seine Wanderung am Punkt  $(2, 1)$  und läuft mit einer Geschwindigkeit von 1 Einheit. Wie muss  $x$  gewählt werden, damit die Wartezeit nach Eintreffen im Treffpunkt minimal ist? Wenn es mehrere Treffpunkte gibt, bestimmen Sie den Treffpunkt mit der kürzesten Wanderzeit.