



1. Übungsblatt zur „Mathematik I für BI, MaWi, WI(BI), AngGeo“

Gruppenübung

Aufgabe G1 (Aussagenlogik)

Vier Personen sind verdächtigt, einen Diebstahl begangen zu haben. Es gelten folgende Aussagen:

- (a) Ist Annika unschuldig, dann ist auch Bernd außer Verdacht und die Schuld von Claudius wäre unzweifelhaft.
- (b) Claudius hat ein absolut sicheres Alibi für die Tat.
- (c) Ist Bernd schuldig, dann ist auch sowohl Annika wie auch Claudius bei den Tätern.
- (d) Ist Claudius unschuldig, dann ist auch Dennis unschuldig.

Wer war am Diebstahl beteiligt?

Versuchen Sie zuerst, die Sätze in logische Ausdrücke umzuwandeln, um dann zu einer Lösung zu gelangen.

Aufgabe G2 (Induktion)

Zeigen Sie

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right) = \frac{n+1}{2}$$

für alle $n \geq 2$ mittels vollständiger Induktion.

Aufgabe G3 (Mengen)

Seien $A := \{3, 2, 1\}$, $B := \{42\}$ und $C := \{1, 3\}$ Mengen.

Geben Sie die Mengen $A \cup B$, $A \cup C$, $A \cap B$, $A \cap C$, $A \setminus B$, $A \setminus C$ an.

Hausübung

Aufgabe H1 (Vollständige Induktion)

(5 Punkte)

Beweisen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$ mit vollständiger Induktion

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Aufgabe H2 (Mengenoperationen)

(5 Punkte)

(a) Skizzieren Sie die folgenden beiden Mengen A und B in \mathbb{R} und geben Sie dann den Schnitt der beiden Mengen an.

- $A := \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \geq 3\}$

- $B := \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 7\}$

(b) Geben Sie die Vereinigung der Mengen $M := \{M, a, t, h, e\}$ und $L := \{M, a, c, h, t\}$ an.

(c) Seien die folgenden Mengen gegeben:

$$C := \{17, 4, 13, 21\}, D := \{4, 13, 42, 111\}, E := \{4, 111\}.$$

Geben Sie $(C \cup D) \setminus E$ und $(C \cap D) \setminus E$ an.

Aufgabe H3 (Aussagenlogik)

(5 Punkte)

Gegeben seien beliebige reelle Zahlen x, y und die folgenden Aussagen:

$$xy = 0 \quad \Leftarrow \quad x = 0 \tag{1}$$

$$xy = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \tag{2}$$

$$xy = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0 \tag{3}$$

$$xy = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (x = 0 \vee y = 0) \tag{4}$$

$$xy = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (x = 0 \wedge y = 0). \tag{5}$$

Entscheiden Sie jeweils, ob die Aussagen wahr oder falsch sind und begründen Sie Ihre Entscheidung.