

Extra Aufgaben Formale Grundlagen der Informatik I WS 2008/2009

(E8.1) [Induktion]

Für jedes Wort $w \in \Sigma^*$, definieren wir die Umkehrung w^{-1} formell durch:

$$\begin{aligned}\varepsilon^{-1} &= \varepsilon \\ (w \cdot a)^{-1} &= a \cdot w^{-1}, \text{ wobei } w \in \Sigma^*, a \in \Sigma.\end{aligned}$$

Beweisen Sie, mittels struktureller Induktion, dass

$$(v \cdot w)^{-1} = w^{-1} \cdot v^{-1}$$

für beliebige Wörter $v, w \in \Sigma^*$.

(E8.2) [Reguläre Sprachen]

Unter welchen der folgenden Operationen ist die Menge der regulären Sprachen abgeschlossen?

- (i) In jedem Wort werden alle Buchstaben a durch b ersetzt und alle b durch a .
- (ii) Jedes zweite Vorkommen des Buchstaben a wird durch das Wort aba ersetzt.
- (iii) Die Buchstaben in jedem Wort dürfen beliebig umsortiert werden, d.h. ist etwa das Wort $aaba$ in der Sprache, so fügen wir auch die Wörter $aaab$, $abaa$ und $baaa$ hinzu.

(E8.3) [Automaten]

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ und

$$L = L((c + (ab + b)^*ba^*)^*).$$

- (i) Geben Sie einen NFA für L an.
- (ii) Geben Sie einen DFA für L an.
- (iii) Konstruieren Sie den minimalen DFA für L .

(E8.4) [Kellerautomaten]

Konstruieren Sie einen PDA für die Sprache L der Palindrome über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

(E8.5) [Kontextfreie Sprachen]

Welche von den folgenden Sprachen sind kontextfrei?

(i) $L_1 = \{a^n b^m \in \{a, b\}^* : n \geq m\}$

(ii) $L_2 = \{a^{n!} \in \{a\}^* : n \geq 0\}$

(iii) $L_3 = \{a^p \in \{a\}^* : p \text{ prim}\}$

Begründen Sie Ihre Antwort!

(E8.6) [Chomsky Hierarchie]

Geben Sie an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind und begründen Sie Ihre Antwort.

- (a) Jede kontextfreie Sprache hat ein aufzählbares Komplement.
- (b) Sind L_1 und L_2 kontextfreie Sprachen, dann ist auch $L_1 \setminus L_2$ kontextfrei.
- (c) Jede Sprache mit endlichem Komplement ist regulär.
- (d) Ist L_1 regulär und L_2 beliebig, dann ist

$$L = \{x \in \Sigma^* : \text{es existiert ein } y \in L_2, \text{ so dass } xy \in L_1\}$$

regulär.