



7. Übung zu Mathematik III für ET

Minitest

T 1 Wieviele Anfangsbedingungen braucht man, damit die Lösung einer linearen Differentialgleichung n -ter Ordnung eindeutig wird?

T 2 Entscheiden Sie, welche der folgenden Differentialgleichungen linear sind.

$xy' + 2y^2 = 0$

$x^2y^{(7)} + 12y' + y^{(5)} = \cos x$

$y - e^xy' - e^x + y^{(4)} = \sin x$

T3 Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen richtig sind.

Sind f und g differenzierbare Funktionen mit $f(0) = g(0)$, so sind f und g linear abhängig.

Sind f und g Lösungen einer linearen Differentialgleichung 1. Ordnung und gilt $f(0) = g(0)$, so sind f und g linear abhängig.

Gruppenübungen

G 1 (Eine homogene Differentialgleichung dritter Ordnung)

Bestimmen Sie die allgemeine komplexwertige und die allgemeine reellwertige Lösung der Differentialgleichung

$$y''' - 2y'' + y' - 2y = 0.$$

Bestimmen Sie weiterhin alle reellen Lösungen, die beschränkt sind, gegen $+\infty$ anwachsen beziehungsweise gegen 0 konvergieren.

G 2 (Ansatz vom Typ der Störfunktion)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y''' - 4y'' + 5y' - 2y = \sin(2x).$$

Hausübungen

H 1 (Homogene Differentialgleichungen n -ter Ordnung) (3 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen:

a) $y''' - y'' = y - y'$.

b) $y^{(4)} - 2y''' + y'' = 0$.

H 2 (Ansatz vom Typ der Störfunktion) (3 Punkte)

Für welche Zahlen $r \in \mathbb{R}$ besitzt das Randwertproblem

$$4y'' + y = r \sin(x/2), \quad y(0) = 0, y(2\pi) = 1$$

reelle Lösungen? Welche?

H 3 (Eine Eulersche Differentialgleichung) (3 Punkte)

(a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Eulerschen Differentialgleichung

$$x^2y'' - 7xy' + 15y = 0, \quad x > 0.$$

b) Geben Sie die Lösung an, die die Anfangsbedingungen $y(1) = 0$, $y'(1) = -2$ erfüllt.

c) Geben Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $x^2y'' - 7xy' + 15y = 1$ an.