



Statistik I für Human- und Sozialwissenschaften

11. Übung

Gruppenübung

G 37 Eine Reifenfirma hat für einen neuen Winterreifen zwei Profile entwickelt, die bezüglich ihrer Griffigkeit im Schnee und ihrer Rutschfestigkeit auf Eis nahezu gleichwertig sind. Es soll nun untersucht werden, ob sie sich im Hinblick auf ihre Bremswirkung bei trockener Fahrbahn unterscheiden. Dazu werden 10 Testfahrzeuge mit Reifen der Profilsorte A bestückt und 12 weitere Testfahrzeuge mit Reifen der Profilsorte B. Nacheinander fahren diese Fahrzeuge unter gleichen Bedingungen auf eine Teststrecke und werden jeweils bei der gleichen Geschwindigkeit abgebremst. Die ermittelten Bremswege [in m] sind in folgender Tabelle abgetragen:

Profil A	57	42	52	47	50	49	53	50	47	51		
Profil B	50	44	45	56	48	52	47	50	54	46	55	43

Wir nehmen an, dass sich die Bremswege der 10 Testfahrzeuge mit Reifen der Profilsorte A durch i.i.d. Zufallsvariablen gemäß einer Verteilungsfunktion $F(x)$, $x \geq 0$, und die Bremswege der 12 Testfahrzeuge mit Reifen der Profilsorte B durch i.i.d. Zufallsvariablen gemäß einer Verteilungsfunktion $G(x) = F(x - a)$, $x \geq 0$, für ein $a \geq 0$, beschreiben lassen.

- (a) Formulieren Sie in Formeln und in Worten Nullhypothese und Alternativhypothese für die beschriebene Testsituation.
 - (b) Benennen Sie einen geeigneten Statistischen Test zur Überprüfung der aufgestellten Hypothesen.
 - (c) Führen Sie den in (b) genannten Statistischen Test auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0,1$ durch und interpretieren Sie das Ergebnis.
- G 38** Ein Automobilclub bietet auf einem Testgelände ein Fahrtraining an, bei dem die Teilnehmer eine benzinsparende Fahrweise lernen sollen. Zum Nachweis der Wirksamkeit dieses Trainings wird von 20 Teilnehmern der Benzinverbrauch einmal vor und einmal nach dem Fahrtraining gemessen, und zwar immer im selben Fahrzeug auf derselben Teststrecke. Dabei ergeben sich folgende Messwerte [in Liter]:

Teilnehmer Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Benzinverbrauch vor dem Training	1,9	2,4	3,3	2,1	3,0	1,8	2,6	3,0	3,8	2,8
Benzinverbrauch nach dem Training	2,8	3,1	1,7	2,9	1,2	2,5	2,8	3,6	2,2	1,5
Teilnehmer Nr.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Benzinverbrauch vor dem Training	3,9	2,8	4,0	3,3	2,8	3,4	3,3	3,0	3,7	3,0
Benzinverbrauch nach dem Training	1,3	1,8	1,4	2,0	3,5	1,2	1,8	1,4	2,3	1,3

Es wird angenommen, dass sich die Benzinverbräuche vor dem Fahrtraining durch i.i.d.

Zufallsvariablen X_1, \dots, X_n und die Benzinverbräuche nach dem Fahrtraining durch i.i.d. Zufallsvariablen Y_1, \dots, Y_n beschreiben lassen.

- Formulieren Sie in Formeln und in Worten Nullhypothese und Alternativhypothese für die beschriebene Testsituation.
- Benennen Sie einen geeigneten Statistischen Test zur Überprüfung der aufgestellten Hypothesen.
- Führen Sie den in (b) genannten Statistischen Test jeweils einmal auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$ und $\alpha = 0,01$ durch und interpretieren Sie die Ergebnisse.

G 39 Für $\theta > 0$ sei X_1, \dots, X_n eine Folge unabhängig und identisch verteilter Zufallsvariablen mit Dichte

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{\theta} & 0 \leq x \leq \theta \\ 0 & x > \theta \end{cases}$$

Zeigen Sie, daß

$$T_n = 2 \cdot \bar{X}_n$$

ein erwartungstreuer Schätzer für θ ist.

Hinweis: Berechnen Sie zuerst EX .

Hausübung

H 21 Zwei Gerätetypen der gleichen Preisklasse von verschiedenen Herstellern sollen hinsichtlich ihrer Zuverlässigkeit verglichen werden. Dazu wird bei 8 Geräten vom ersten Hersteller und bei 11 Geräten vom zweiten Hersteller die Zeit [in Stunden] von der Inbetriebnahme bis zur ersten Störung ermittelt:

Geräte vom 1. Hersteller	131	213	409	556	348	227	470	503			
Geräte vom 2. Hersteller	270	144	398	196	223	152	317	120	254	266	135

Wir gehen davon aus, dass sich die Betriebszeiten der Geräte des ersten Herstellers durch i.i.d. Zufallsvariablen gemäß einer Verteilungsfunktion $F(x)$, $x \geq 0$, und die Betriebszeiten der Geräte des zweiten Herstellers durch i.i.d. Zufallsvariablen gemäß einer Verteilungsfunktion $G(x) = F(x - a)$, $x \geq 0$, für ein $a \geq 0$, beschreiben lassen.

- Formulieren Sie in Formeln und in Worten Nullhypothese und Alternativhypothese für die beschriebene Testsituation.
- Benennen Sie einen geeigneten Statistischen Test zur Überprüfung der aufgestellten Hypothesen.
- Führen Sie den in (b) genannten Statistischen Test auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0,1$ durch und interpretieren Sie das Ergebnis.

H 22 Sei x_1, \dots, x_n eine Stichprobe der iid Zufallsvariablen X_1, \dots, X_n mit Dichte

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \theta \cdot e^{-\theta \cdot x} & x > 0. \end{cases}$$

Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer für θ .