Fachbereich Mathematik
Dr. M. Döring
A. Keller

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

09.01.2008

Statistik I für Human- und Sozialwissenschaften
10. Übung

Gruppenübung

G 33 In einer Kaffeerösterei füllt eine Maschine gemahlenen Kaffee in 500g–Packungen ab. Der Kundendienst dieser Maschine wurde bei der routinemäßigen Wartung damit beauftragt, für die Varianz der Füllmenge den Sollwert $\sigma_0^2 = 14\ [g^2]$ einzustellen. Nach der Wartung kommen bei den Mitarbeitern Zweifel auf, ob die Neueinstellung erfolgreich war. Sie vermuten eine höhere Varianz der Füllmenge, als sie 8 Packungen Kaffee nach der Abfüllung gewogen haben und folgende Gewichte feststellten:

492,3 499,0 509,1 493,8 510,4 508,9 491,6 494,5

Wir nehmen an, dass sich die Abfüllmengen durch i.i.d. $N(\mu, \sigma^2)$–verteilte Zufallsvariablen beschreiben lassen mit unbekanntem Erwartungswert μ und unbekannter Varianz σ^2.

(a) Stellen Sie Nullhypothese und Alternativhypothese auf, um die Vermutung der Mitarbeiter mit Hilfe eines Statistischen Tests zu überprüfen.

(b) Benennen Sie einen geeigneten Statistischen Test zur Überprüfung der aufgestellten Hypothesen.

(c) Führen Sie den in (b) genannten Statistischen Test auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0,001$ durch und interpretieren Sie das Ergebnis.

G 34 Der verantwortliche Manager eines Unternehmens möchte untersuchen, ob klassische Hintergrungmusik eine Erhöhung der mittleren Tagesproduktion von Fließbandarbeitern bewirkt oder nicht. Dazu werden die Tages–Produktionsmengen von 7 zufällig asgewählten Arbeitern einmal ohne klassische Hintergrundmusik und einmal mit gemessen.
Es wird angenommen, dass sich die Produktionsmenge der Arbeiter ohne klassische Hintergrundmusik durch i.i.d. $N(\mu_1, \sigma_1^2)$–verteilte Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_n$ und mit klassischer Hintergrundmusik durch $N(\mu_2, \sigma_2^2)$–verteilte Zufallsvariablen $Y_1, \ldots, Y_n$ beschreiben lässt. Ferner wird angenommen, dass sich für jeden einzelnen Arbeiter die Produktionsmengendifferenz $D_i = Y_i - X_i$, $i = 1, \ldots, n$, ebenfalls durch normalverteilte Zufallsvariablen beschreiben lässt. Von den ausgewählten Arbeitern liegen uns folgende Tages–Produktionsmengen vor (in kg):

Arbeiter Nr.	1	2	3	4	5	6	7
Prod.menge ohne kl. H.M.	29,0	21.2	18,6	22,9	16,5	25.1	23,7
Prod.menge mit kl. H.M.	23,7	25,5	19,3	20,4	19,8	24,3	26,2

(a) Stellen Sie Nullhypothese und Alternativhypothese für die beschriebene Testsituation auf.

(b) Benennen Sie einen geeigneten Statistischen Test zur Überprüfung der aufgestellten Hypothesen.

(c) Führen Sie den in (b) genannten Statistischen Test auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0,1$ durch und interpretieren Sie das Ergebnis.

G 35 Eine bestimmte Weizensorte wird auf 9 vergleichbaren, gleich großen Versuchsflächen angebaut. Aus Erfahrung weiß man, dass die Erträge der einzelnen Versuchsflächen als eine Stichprobe unabhängiger, identisch $N(\mu, 3.24)$-verteilter Zufallsvariablen angesehen werden können. Es ergibt sich ein arithmetisches Mittel von 105.0 [dz].

a) Überprüfen Sie mit einem geeigneten Testverfahren die Nullhypothese $H_0 : \mu = 106.0$ auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.1$.

b) Welche Entscheidung würde sich auf dem Niveau $\alpha = 0.05$ ergeben?

c) Überprüfen Sie mit einem geeigneten Testverfahren die Nullhypothese $H_0 : \mu \geq 106.0$ auf dem Niveau $\alpha = 0.01$.

d) Überprüfen Sie mit einem geeigneten Testverfahren die Nullhypothese $H_0 : \mu \leq 106.0$ auf dem Niveau $\alpha = 0.01$.

G 36 Gegeben sei folgende geordnete Messreihe: 1; 2; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 3; 4.

(a) Bestimmen und Skizzieren Sie die zugehörige empirische Verteilungsfunktion F der Messreihe.

(b) Bestimmen Sie das arithmetische Mittel, die Varianz und den Median der Messreihe.

Es sei X eine diskrete Zufallsvariable dessen Verteilung durch die empirische Verteilungsfunktion F der Messreihe gegeben ist.

(c) Bestimmen und Skizzieren Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion der Zufallsvariablen X.

(d) Bestimmen Sie den Erwartungswert, die Varianz und den Median der Zufallsvariablen X.

Hausübung

H 19 In einer Molkerei gibt es zwei Maschinen, die Milch in Milchtüten abfüllen. Die Füllmengen von 21 Milchtüten der ersten Maschine bzw. von 9 Milchtüten der zweiten Maschine wurden gemessen. Dabei erhielt man Messwerte $x_1, \ldots, x_{21}$, $y_1, \ldots, y_9$ (in ml) mit den empirischen Mittelwerten $\overline{x} = 501$ bzw. $\overline{y} = 503$ und den empirischen Varianzen $\bar{s}_x^2 = 3.24$ bzw. $\bar{s}_y^2 = 3.61$. Unter der Annahme, dass die angegebenen Messwerte eine Realisierung unabhängiger Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_{21}, Y_1, \ldots, Y_9$ sind, wobei $X_1, \ldots, X_{21}$ identisch $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ - und $Y_1, \ldots, Y_9$ identisch $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ - verteilt sind, testen Sie

a) unter der Annahme $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ durch Anwendung eines geeigneten Testverfahrens zum Niveau $\alpha = 0.05$ die Hypothese $\mu_1 \geq \mu_2$ gegen die Alternative $\mu_1 < \mu_2$.

b) durch Anwendung eines geeigneten Testverfahrens zum Niveau $\alpha = 0.1$, ob aufgrund des angegebenen Datenmaterials die unter a) gemachte Annahme $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ gegen $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ zu verwerfen ist.

Eventuell benötigte Quantile: $F_{20;\,8;\,0.05} = \frac{1}{F_{8,20;0.95}} \approx 0.4086$, $F_{20,8;0.95} = 3.1502$.

H 20 Für eine Stichprobe $x_1, \ldots, x_{20}$ einer $N(\mu; \sigma^2)$-verteilten Zufallsvariable X seien folgende Kenngrößen gegeben:

$$\bar{x}_{20} = 5.18; \qquad \bar{s}_{20}^2 = 0.0054.$$

(a) Geben Sie ein 99% Konfidenzintervall für den Parameter μ der Zufallsvariablen X an.

(b) Geben Sie ein 99% Konfidenzintervall für die Varianz σ^2 der Zufallsvariablen X an.