



Statistik I für Human- und Sozialwissenschaften

5. Übung

Gruppenübung

G 12 Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Samenkorn einer bestimmten Blumenart unter geeigneten Versuchsbedingungen innerhalb von 14 Tagen keimt, betrage 0.95. Bei einem Versuch werden 100 solche Samenkörner beobachtet. Die Zufallsvariable X beschreibe die Anzahl derjenigen Samenkörner, die innerhalb von 14 Tagen keimen.

- Geben Sie unter geeigneten Annahmen die Verteilung von X an.
- Geben Sie den Erwartungswert und die Varianz von X an.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X \geq 98)$.
- Bestimmen Sie mit Hilfe des Zentralen Grenzwertsatzes jeweils einen Näherungswert für die Wahrscheinlichkeit $P(X \geq 98)$. Überprüfen Sie dabei die Voraussetzungen des Satzes.

G 13 In einem Labor wird eine Flüssigkeit maschinell in 40 Reagenzgläser gefüllt. Die Maschine ist auf einen Abfüllwert von 10 [ml] eingestellt. Aus Erfahrung weiß man, dass dabei eine Standardabweichung von 0.5 [ml] auftritt. Nach einem weiteren Verarbeitungsschritt, welcher das Volumen der abgefüllten Menge nicht beeinflusst, werden die 40 Proben in ein Gefäß umgefüllt. Mit Y bezeichnen wir das Volumen der insgesamt abgefüllten Flüssigkeit.

- Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz von Y .
- Berechnen Sie mit Hilfe des Zentralen Grenzwertsatzes einen Näherungswert für die Wahrscheinlichkeit, dass Y um mehr als 2 ml von $E(Y)$ abweicht.
- Wiederholen Sie a) und b) für 80, 120 und 160 Reagenzgläser. Was fällt Ihnen auf?

G 14 Berechnen Sie folgende Integrale:

$$\text{a) } \int_1^2 (6x^2 - 6x + 4) dx, \quad \text{b) } \int_{\frac{5}{3}}^2 e^{3t-5} dt, \quad \text{c) } \int_{-1}^1 xe^x dx.$$

Hausübung

H 7 Nach der Einnahme eines bestimmten Medikaments treten bei einer zufällig ausgewählten Person mit Wahrscheinlichkeit $p = 0.02$ Nebenwirkungen auf. Das Medikament werde 200 Patienten verabreicht. Man kann annehmen, dass die Nebenwirkungen bei den einzelnen Personen unabhängig voneinander auftreten. Die Zufallsvariable X beschreibe die Anzahl der Personen, bei denen Nebenwirkungen beobachtet werden.

- Wie ist die Zufallsvariable X verteilt?
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X \leq 2)$.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X > 1)$.

d) Geben Sie mit Hilfe des Zentralen Grenzwertsatzes jeweils einen Näherungswert für die Wahrscheinlichkeiten $P(X \leq 2)$ und $P(4 \leq X \leq 9)$ an.

H 8 Bei der Beladung eines LKW mit Kisten muss darauf geachtet werden, dass das Gewicht der Ladung höchstens 7.8 Tonnen beträgt. Die Gewichte [in kg] der einzelnen Kisten sollen durch identisch stetig verteilte Zufallsvariablen X_1, \dots, X_n beschrieben werden, für die folgende Dichte angenommen wird :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{30} & \text{für } 105 \leq x \leq 135 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- a) Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz des Gewichts einer einzelnen Kiste.
- b) Berechnen Sie unter der Unabhängigkeitsannahme einen Näherungswert für die Wahrscheinlichkeit, dass das zulässige Gewicht der Ladung eingehalten wird, wenn auf dem LKW $n = 64$ Kisten geladen werden.