Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. M. Hieber
Robert Haller-Dintelmann
Horst Heck

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

WS 2007/08 09.01.2008

Analysis I für M, LaG/M, Ph

11. Tutorium

(T 1)

Eine Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ heißt *gerade (bzw. ungerade)*, falls $f(x) = f(-x)$ (bzw. $f(x) = -f(-x)$) für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt. Zeigen Sie:

(a) Ist f differenzierbar und gerade, so ist f' ungerade.

(b) Ist f differenzierbar und ungerade, so ist f' gerade.

(T 2)

(a) Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ erfülle $|f(x)| \leq x^2$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Beweisen Sie, dass die Funktion f im Punkt $x = 0$ differenzierbar ist und bestimmen Sie $f'(0)$.

(b) Geben Sie eine Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ an, die im Punkt $x = 0$ differenzierbar und in jedem anderen Punkt unstetig ist.

(T 3)

Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ mit $f(a) = f(b) = 0$ stetig auf $[a, b]$ und differenzierbar auf (a, b). Beweisen Sie, dass es eine Zahl $\xi \in (a, b)$ mit $f'(\xi) = f(\xi)$ gibt.

Hinweis: Betrachten Sie die Funktion $x \mapsto f(x)\mathrm{e}^{-x}$