1. Übung Analysis I

(H 3)

a) Vollst. Induktion.

$n = 1 \qquad -1 \cdot 1 = -1 \cdot \binom{2}{2}$ ✓

Aussage wahr für $n = 1$.

Induktionsschluss:

$n \rightsquigarrow n+1$:

$$\sum_{k=1}^{n+1} (-1)^k \cdot k^2 = \sum_{k=1}^{n} (-1)^k k^2 + (-1)^{n+1} (n+1)^2$$

$$\overset{\text{I. Ann.}}{=} (-1)^n \binom{n+1}{2} + (-1)^{n+1} (n+1)^2$$

$$= (-1)^{n+1} \left((n+1)^2 - \frac{(n+1)!}{2!\,(n-1)!} \right)$$

$$= (-1)^{n+1} \left((n+1)^2 - \frac{1}{2} (n+1) \cdot n \right)$$

$$= (-1)^{n+1} (n+1) \left(\frac{1}{2} n + 1 \right)$$

$$= (-1)^{n+1} (n+1) \frac{1}{2} (n+2) = (-1)^{n+1} \binom{n+2}{2} \qquad \square$$

b) Mit dem Binomischen Lehrsatz folgt:

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (-1)^k = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (-1)^k 1^{n-k} = (-1+1)^n = 0 \qquad \square$$