1 Übung Analysis I

(H 2) c)

Beweis mit vollst. Induktion.

$n=1$: Eine Menge mit einem Element, etwa $M=\{e\}$, hat zwei Teilmengen nämlich $\emptyset$ und M.

I. Schritt: $M=\{e_1, \ldots, e_{n+1}\}$ habe $n+1$ Elemente. Nach Induktionsannahme gibt es 2^n Teilmengen der Menge $M_1=\{e_1, \ldots, e_n\}$. Damit hat M 2^n Teilmengen, die das Element e_{n+1} __nicht__ enthalten. Wir stellen eine Teilmenge $T \subset M$ mit $e_{n+1} \in T$ durch $T = T_1 \cup \{e_{n+1}\}$ dar, wobei T_1 eine Teilmenge von M_1 ist.

Damit gibt es genau 2^n Teilmengen, die das Element e_{n+1} enthalten.

Insgesamt gibt es also $2^n+2^n=2^{n+1}$ Teilmengen. $\square$