

1. Übungsblatt Analysis I

(G3) a) Für $a \in \mathbb{R}$ gilt

$$a = (2 \cdot \frac{1}{2}) \cdot a = 2 \cdot \frac{a}{2} = \frac{a}{2} + \frac{a}{2}$$

Damit folgt

$$x = \frac{x}{2} + \frac{x}{2} < \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = \frac{x+y}{2} = \frac{x}{2} + \frac{y}{2} < \frac{y}{2} + \frac{y}{2} = y \quad \square$$

b) Es gilt $(x-y)^2 \geq 0$

$$\Rightarrow x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy$$

$$\Rightarrow_{x, y > 0} \frac{x^2 + y^2}{xy} \geq 2$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2 \quad \square$$

c) Es sei $x < y$. Mit a) und $z = \frac{x+y}{2}$

folgt $x < z < y$.