

Die Anzahl der im  $n$ -ten Schritt angehefteten Dreiecke ist offensichtlich  $K_{n-1}$ . Daher gilt:

$$F_2 = F_1 + 3 \cdot \frac{F_1}{9} = F_1 \left(1 + \frac{3}{9}\right)$$

Für  $F_n$  folgt daher

$$\begin{aligned}
F_n &= F_{n-1} + K_{n-1} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{n-1} F_1 = F_{n-1} + \frac{3 \cdot 4^{n-2}}{9^{n-1}} F_1 \\
&= F_{n-1} + \frac{3 \cdot 4^{n-3}}{9^{n-2}} F_1 + \frac{3 \cdot 4^{n-2}}{9^{n-1}} F_1 \\
&= \dots = F_1 \left(1 + \frac{3}{9} + \frac{3 \cdot 4}{9^2} + \frac{3 \cdot 4^2}{9^3} + \dots + \frac{3 \cdot 4^{n-2}}{9^{n-1}}\right) \\
&= F_1 \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} + \dots + \frac{1}{3} \cdot \frac{4^{n-2}}{9^{n-2}}\right)
\end{aligned}$$

geom. Reihe  $= F_1 + \frac{F_1}{3} \cdot \frac{1 - \left(\frac{4}{9}\right)^{n-1}}{1 - \frac{4}{9}}$

Um eine Aussage zu treffen, wie sich  $U_n$  und  $F_n$  für  $n \rightarrow \infty$  verhalten, können wir die sog. Bernoulli-Ungl. benutzen. Für  $h \geq 0$  gilt

$$(1+h)^n \geq 1+nh \quad \text{für } n \in \mathbb{N}.$$

Damit gilt

$$U_n = \left(1 + \frac{1}{3}\right)^{n-1} \cdot U_1 \geq \left(1 + \frac{n-1}{3}\right) U_1 \rightarrow \infty$$

da die rechte Seite für  $n \rightarrow \infty$  beliebig groß wird.